

Prova di recupero relativa ai capitoli 1–3

Esercizio 1 Dimostrare che, se f è una funzione sufficientemente regolare in un punto x assegnato, allora

$$\frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} = f''(x) + O(h^2).$$

Esercizio 2 Calcolare il numero di condizionamento delle operazioni algebriche elementari.

Esercizio 3 Definire esaurientemente cosa sia la precisione di macchina di una aritmetica finita, e cosa essa misuri.

Esercizio 4 Derivare il metodo di Newton per la ricerca degli zeri di una funzione.

Esercizio 5 Definire l'ordine di convergenza di un metodo iterativo per la ricerca degli zeri di una funzione; dimostrare che il metodo di Newton converge quadraticamente ad una radice semplice.

Esercizio 6 Definire cosa si intende per matrice: diagonale; triangolare; ortogonale.

Esercizio 7 Dimostrare che, se A è una matrice nonsingolare fattorizzabile LU , la sua fattorizzazione è unica.

Esercizio 8 Sotto quali ipotesi una matrice è fattorizzabile LU ? Dimostrare che una matrice simmetrica e definita positiva è fattorizzabile LU .

Esercizio 9 Spiegare esaurientemente in che modo la fattorizzazione QR di una matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m > n = \text{rank}(A)$, sia utilizzabile per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ nel senso dei minimi quadrati.

Prova di recupero relativa ai capitoli 4–6

Esercizio 1 Definire il polinomio interpolante una funzione e dimostrare che esso esiste ed è unico.

Esercizio 2 Definire la forma di Lagrange del polinomio interpolante.

Esercizio 3 Come si definisce il polinomio interpolante di Hermite?

Esercizio 4 Dato il polinomio interpolante sulle ascisse $x_0 < x_1 \cdots < x_n$, ed il corrispondente polinomio interpolante di Hermite, scrivere la corrispondente espressione dell'errore di interpolazione.

Esercizio 5 Come sono definite le ascisse di Chebyshev, ed a cosa servono, nell'ambito dell'interpolazione polinomiale?

Esercizio 6 Definire cosa si intende per spline cubica naturale sulla partizione $\Delta = \{0, 1, 7, 9\}$.

Esercizio 7 Derivare le formule di quadratura di Newton-Cotes, e darne qualche esempio.

Esercizio 8 Definire i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel.

Esercizio 9 Spiegare cosa si intende per “splitting” di una matrice, e quale sia il corrispondente metodo iterativo per risolvere sistemi lineari. Sotto quale condizione esso risulterà convergente?
