Esercizi preparatori alla prova di esonero relativa ai capitoli 5-6

Esercizio 1 Derivare l'espressione delle formule di quadratura di Newton-Cotes.

Esercizio 2 Studiare il problema del condizionamento di un integrale definito.

Esercizio 3 Studiare il problema del condizionamento del calcolo di una formula di Newton-Cotes.

Esercizio 4 Calcolare l'espressione dell'errore per la formula di Newton-Cotes di grado n. Stabilire per quali polinomi essa è esatta.

Esercizio 5 Derivare la formula dei trapezi e la formula di Simpson.

Esercizio 6 Scrivere l'espressione della formula composita dei trapezi e della formula composita di Simpson.

Esercizio 7 Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente la formula dei trapezi adattattiva.

Esercizio 8 Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente la formula di Simpson adattattiva.

Esercizio 9 Enunciare il teorema di Perron-Frobenius, e la sua forma debole.

Esercizio 10 Descrivere il metodo delle potenze per la ricerca dell'autovalore dominante e dimostrarne la convergenza nel caso in cui la matrice in esame abbia autovalori distinti.

Esercizio 11 Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente il metodo delle potenze.

Esercizio 12 Definire uno *splitting* di una matrice nonsingolare A, definire il corrispondente metodo iterativo, e stabilire quando questo risulti essere convergente.

Esercizio 13 Definire i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel per la risoluzione di sistemi lineari.

Esercizio 14 Descrivere i criteri di arresto per un metodo iterativo per la risoluzione di sistemi lineari.

Esercizio 15 Sia data la matrice $N \times N$, con $N \geq 4$,

$$A_N(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & 0 & -1 & & \\ -2 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & \ddots & \ddots & -1 \\ & & & & -2 & \alpha \end{pmatrix},$$

essendo nulli gli elementi non esplicitati. Per quali valori del parametro α i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel risultano essere sicuramente convergenti?

Esercizio 16 Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente i metodi di Jacobi (Gauss-Seidel) per la risoluzione *ad hoc* del sistema lineare $A_N(\alpha)\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, dove $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^N$ sono assegnati.