

Esercizi preparatori alla prova di esonero relativa al capitolo 4

Esercizio 1 Calcolare il polinomio interpolante la funzione $\sin(x)$ nelle ascisse $x_i = i \cdot \pi/2$, $i = 0, 1, 2$, nella sua forma di Lagrange.

Esercizio 2 Con riferimento al precedente esercizio, calcolare il polinomio interpolante nella sua forma di Newton.

Esercizio 3 Scrivere una function Matlab che, dati in ingresso i vettori \mathbf{x}_i e \mathbf{f}_i con i dati di interpolazione, ed il vettore \mathbf{x} in cui valutarlo, calcoli il polinomio interpolante mediante la sua forma di Lagrange.

Esercizio 4 Scrivere una function Matlab che, dati in ingresso i vettori \mathbf{x}_i e \mathbf{f}_i con i dati di interpolazione, ed il vettore \mathbf{x} in cui valutarlo, calcoli il polinomio interpolante mediante la sua forma di Newton.

Esercizio 5 Calcolare il polinomio interpolante di Hermite relativo ai seguenti dati:

$$x_0 = 0, f_0 = 0, f'_0 = 1; \quad x_1 = \pi, f_1 = 0, f'_1 = -1.$$

Assumendo che le derivate della funzione f siano maggiorate da una costante L , dare una stima dell'errore di interpolazione.

Esercizio 6 Spiegare qual è il significato della costante di Lebesgue.

Esercizio 7 Definire i polinomi di Chebyshev di prima specie e scriverne esplicitamente quelli fino al grado 3.

Esercizio 8 Scrivere le ascisse di Chebyshev per valutare il polinomio interpolante di grado 4 sull'intervallo $[-1, 3]$.

Esercizio 9 Scrivere una function Matlab che, dati i coefficienti di un polinomio ed un vettore con le ascisse in cui valutarlo, calcoli il valore del polinomio mediante il metodo di Horner.

Esercizio 10 Dare la definizione di una spline di grado 5 sulla partizione $\Delta = \{0, 1, 2, 3\}$. Quante condizioni sono necessarie per individuarne una specifica?

Esercizio 11 Determinare i coefficienti a e b in modo che la polinomiale a tratti:

$$s_3|_{[0,1]}(x) = x^3, \quad s_3|_{[1,2]}(x) = ax^2 + bx + c,$$

sia una spline cubica sulla partizione $\Delta = \{0, 1, 2\}$.

Esercizio 12 Scrivere una function Matlab che risolva efficientemente un sistema lineare tridiagonale, con matrice che sia fattorizzabile LU .

Domande di teoria:

Esercizio 13 Dimostrare l'esistenza ed unicità del polinomio interpolante una funzione su $n + 1$ ascisse distinte.

Esercizio 14 Studiare il condizionamento dell'interpolazione polinomiale.

Esercizio 15 Maggiorare l'errore di interpolazione in termini dell'errore del polinomio di migliore approssimazione.

Esercizio 16 Definire una spline cubica naturale/completa/periodica/not-a-knot.