

Esercitazione relativa ai capitoli 5 e 6

Esercizio 1 Derivare l'espressione dei pesi delle formule di Newton-Cotes.

Esercizio 2 Calcolare l'approssimazione dell'integrale

$$\int_0^{10^3} \sin(\pi x) dx$$

con il metodo di Simpson. Qual è il numero di condizionamento dell'integrale e della sua approssimazione?

Esercizio 3 Calcolare le prime due approssimazioni dell'autovalore dominante della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a partire dal vettore $\mathbf{v}_0 = \mathbf{b} \equiv (1, 0)^\top$.

Esercizio 4 Con riferimento alla matrice A ed al vettore \mathbf{b} definiti nell'esercizio precedente, calcolare la prima approssimazione fornita dai metodi di Gauss-Seidel e Jacobi partendo dal vettore iniziale $\mathbf{x}_0 = \mathbf{b}$. Sapresti dire se i due metodi convergeranno alla soluzione? Motivare la risposta.

Esercizio 5 Dimostrare che gli splitting di Jacobi e Gauss-Seidel per la matrice dell'Esercizio 4 sono regolari e, quindi, convergenti.

Esercizio 6 Qual è l'autovalore di modulo massimo della matrice

$$B = \beta^2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} ?$$

Sotto quali condizioni sui parametri α a β^2 la seguente matrice è una M -matrice?

$$A = (\alpha - \alpha^2)I - B.$$

Esercizio 7 Calcolare la formula di Newton-Cotes di grado 3 ed utilizzarla per approssimare $\int_0^1 \sin(\pi x) dx$.

Esercizio 8 Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente la formula composta dei trapezi su un numero di punti assegnato.

Esercizio 9 Scrivere una function Matlab che calcoli in modo efficiente la formula composta adattativa di Simpson.

Esercizio 10 Scrivere una function Matlab che implementi in modo efficiente il metodo delle potenze.

Esercizio 11 Scrivere una function Matlab che, avendo in ingresso una matrice sparsa A ed il termine noto b di un sistema lineare, ne calcoli la soluzione con il metodo iterativo di Jacobi.

Esercizio 12 Scrivere una function Matlab che, avendo in ingresso una matrice sparsa A ed il termine noto b di un sistema lineare, ne calcoli la soluzione con il metodo iterativo di Gauss-Seidel.