

### Esercitazione relativa al capitolo 3

---

**Esercizio 1** Calcolare la forma di Lagrange e quella di Newton, del polinomio interpolante le coppie di dati (ascissa, ordinata):

$$(0, 1), \quad (1, 1), \quad (2, 2), \quad (3, 2).$$

**Esercizio 2** Definire la costante di Lebesgue relativa alle ascisse  $\{0, 1, 2, 3\}$ , spiegandone il significato. Calcolarne, quindi, una opportuna maggiorazione.

**Esercizio 3** Scrivere una function Matlab che calcoli il valore del polinomio interpolante di coppie di dati assegnati.

**Esercizio 4** Calcolare l'espressione del polinomio interpolante di Hermite relativo ai seguenti dati nella forma  $(x_i, f_i, f'_i)$ :

$$(0, 1, 2), \quad (1, 2, 1).$$

**Esercizio 5** Dare la definizione di una spline di grado 8 sulla partizione  $\Delta = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Di quante condizioni si ha bisogno per determinare univocamente una di queste spline?

**Esercizio 6** Determinare i coefficienti in modo tale che i polinomi di seguito riportati definiscano una spline quadratica sulla partizione  $\Delta = \{-1, 0, 1, 2\}$ :

$$\begin{aligned} s_2(x) &= x + a, & x \in [-1, 0], \\ s_2(x) &= x^2 + bx + c, & x \in [0, 1], \\ s_2(x) &= dx + 1, & x \in [1, 2]. \end{aligned}$$

**Esercizio 7** Scrivere l'espressione dell'errore di interpolazione per il polinomio interpolante la funzione  $\sin(x)$  sulle ascisse

$$x_i = i \cdot 0.2\pi, \quad i = 0, \dots, 5.$$

Darne una maggiorazione.

**Esercizio 8** Scrivere l'espressione dell'errore di interpolazione per il polinomio interpolante di Hermite, per la stessa funzione ed ascisse del precedente esercizio.

**Esercizio 9** Scrivere l'espressione delle ascisse di Chebyshev, relative al polinomio interpolante di grado 5 sull'intervallo  $[8,13]$ .

**Esercizio 10** Spiegare come sono definite le spline cubiche: naturali, periodiche, complete, *not-a-knot*.

**Esercizio 11** Siano assegnate le seguenti coppie di dati  $(t_i, x_i)$ , relative ad un moto lungo  $x$  uniformemente accelerato, in cui la misurazione  $x_i$  dello spazio percorso al tempo  $t_i$  può essere affetta da errore:

$$(1, 6.1), \quad (1, 6.0), \quad (2, 11.1), \quad (2, 11.2), \quad (3, 18.1), \quad (4, 27.1).$$

Scrivere il sistema sovradeterminato che stima posizione e velocità iniziali, e l'accelerazione, nel senso dei minimi quadrati.

**Esercizio 12** Spiegare la risoluzione nel senso dei minimi quadrati del precedente sistema lineare sovradeterminato.