Prova di esonero relativa ai capitoli 5 e 6

Esercizio 1. Derivare i pesi della formula di quadratura di Simpson. Utilizzarla per approssimare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \cos(x) dx.$$

Qual è il numero di condizionamento del problema continuo e della sua approssimazione discreta?

Esercizio 2. Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente la formula adattativa dei trapezi.

Esercizio 3. Spiegare per quali valori del parametro α è sicuramente possibile applicare il metodo delle potenze per calcolare l'autovalore dominante della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 - \alpha & 3 \\ \alpha - 1 & 1 & 1 \\ 3\alpha - 1 & \alpha/3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4. Dare la definizione di *splitting regolare* di una matrice e dire perché essi sono importanti.

Esercizio 5. Dire per quali valori dei parametri α e β la seguente matrice è una M-matrice:

$$A = \begin{pmatrix} \left(\frac{6}{\alpha} - \beta\right) & -\beta & -\beta \\ -2\beta & \frac{6}{\alpha} & -\beta \\ -\beta & -2\beta & \frac{6}{\alpha} \end{pmatrix}.$$

Esercizio 6. Scrivere una function Matlab che implementi efficientemente il metodo iterativo di Jacobi.