

## Prova di esonero relativa al capitolo 4

---

**Esercizio 1** Calcolare la forma di Lagrange e quella di Newton, del polinomio interpolante le coppie di dati (ascissa, ordinata):

$$(-2, 1), \quad (-1, 2), \quad (1, 2), \quad (3, 0).$$

**Esercizio 2** Scrivere una function Matlab che calcoli le ascisse di Chebyshev relative al polinomio interpolante di grado  $n$  su un generico intervallo  $[a, b]$ , dove  $n, a, b$  sono i parametri di ingresso della function.

**Esercizio 3** Calcolare l'espressione del polinomio interpolante di Hermite relativo ai seguenti dati nella forma  $(x_i, f_i, f'_i)$ :

$$(-1, 1, 1), \quad (3, 2, 0).$$

Scrivere l'espressione dell'errore di interpolazione, supponendo che  $f(x)$  sia sufficientemente regolare.

**Esercizio 4** Dare la definizione di una spline cubica sulla partizione  $\Delta = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Quali sono le condizioni da imporre per determinare la spline cubica *not-a-knot* interpolante la funzione  $f(x) = e^x - x$  sui nodi della partizione  $\Delta$ ?

**Esercizio 5** Determinare i coefficienti  $a, b, c$  in modo tale che i polinomi di seguito riportati definiscano una spline cubica sulla partizione  $\Delta = \{0, 1, 2\}$ :

$$\begin{aligned} s_3(x) &= x^3 + ax^2 + bx + 1, & x \in [0, 1], \\ s_3(x) &= x^2 + c, & x \in [1, 2]. \end{aligned}$$

**Esercizio 6** Scrivere il sistema algebrico per la stima del polinomio di grado 3 di approssimazione ai minimi quadrati per le seguenti coppie di dati:

$$(1, 1), (1, 1.1), (2, 1.5), (2, 1.6), (3, 2), (3, 2.1).$$

Il problema risulta essere ben posto (ovvero, ammette soluzione e questa è unica)? Motivare la risposta.