Esercitazione relativa alla prima prova
di esonero intermedia di Calcolo Numerico.

Esercizio 1. Definire la precisione di macchina di un'aritmetica finita e spiegarne il significato.

Esercizio 2. Calcolare il numero di condizionamento del problema di moltiplicare 3 numeri reali.

Esercizio 3. Definire un algoritmo efficiente per il calcolo, in aritmetica finita, di $\sqrt{x^2 + y^2 + z^4}$.

Esercizio 4. Calcolare il numero di condizionamento della radice della funzione $f(x) = e^x - 2$.

Esercizio 5-6. Sia dato $a > 0$:

- scrivere la funzione di iterazione del metodo di Newton applicato per determinare $\bar{x} = \sqrt{a}$;
- dimostrare che $x_0 > 0,\ x_0 \neq \sqrt{a} \quad \Rightarrow \quad x_n > \sqrt{a}, \quad n = 1, 2, \ldots,$ e, pertanto, la successione dell'errore, $e_n = x_n - \sqrt{a}$, è positiva e decrescente, per $n > 1$. Calcolare, quindi, la costante asintotica dell'errore.

Esercizio 7. Determinare un intervallo di confidenza iniziale per applicare il metodo di bisezione per determinare la radice, $\bar{x}$, della funzione $f(x) = x - \cos(x)$. Quante iterazioni sono quindi necessarie, al più, per ottenere una approssimazione della soluzione con un errore di 10^{-3}?

Esercizio 8. Dimostrare che, applicando il metodo delle corde per determinare la radice della funzione del precedente esercizio a partire dal punto iniziale $x_0 = 0$, si ottiene la successione:

$$x_{n+1} = \cos(x_n), \qquad n = 0, 1, \ldots.$$

Dimostrare che $x_n \to \bar{x}$, per $n \to \infty$, se x_0 è sufficientemente vicino a $\bar{x}$.