
Intermedio di Calcolo Numerico. Prima parte.
A.A. 15/16: 5 Luglio 2016

Esercizio 1. Analizzare il condizionamento della somma.

Esercizio 2. Un'aritmetica finita usa la base 10, l'arrotondamento e lo shift $\nu = 50$ e riserva 4 cifre per la mantissa (più una per il segno) e 2 cifre per la caratteristica. Eseguire l'operazione di macchina $S_m = x_1 \otimes x_2$, con $x_1 = 43.182$ e $x_2 = 121.68$ e valutare l'errore relativo con cui S_m approssima $S = x_1 x_2$.

Esercizio 3. Verificare che $[0, \pi]$ è un intervallo di confidenza per la funzione $f(x) = \sin 2x + \cos x$ e calcolare il numero massimo di iterazioni da eseguire del metodo di bisezione per essere certi che l'errore diventi minore di 10^{-6} . Eseguire quindi il primo passo del metodo.

Esercizio 4. Calcolare la molteplicità dello zero $\hat{x} = 3$ della funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Stabilire se è possibile fissare $x_0 = 1$ oppure $x_0 = 0$ e per uno di questi inneschi eseguire quindi un passo del metodo di Newton modificato.

Esercizio 5. Un metodo iterativo M_1 ha ordine di convergenza lineare con costante asintotica $c_1 = 0.25$ mentre un altro metodo M_2 ha convergenza quadratica con $c_2 = 1$. Supponendo che l'errore iniziale sia per entrambi 10^{-1} e che si sia già nella "coda" dei metodi, quale è il rapporto fra l'errore che si commette con M_1 e quello che si commette con M_2 dopo 3 iterazioni? Dire quindi quale è l'ordine di convergenza del metodo di Newton.

Esercizio 6. Dare la definizione di matrice sdp e dimostrare che una tale matrice è sicuramente fattorizzabile LU . Esiste una fattorizzazione più conveniente da usare in questo caso?

Esercizio 7. Siano $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$. Utilizzando la norma infinito e indicando con \mathbf{x} la soluzione esatta del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, calco-

lare una maggiorazione a priori (usare il condizionamento del problema) di $\frac{\|\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}$, sapendo che $\tilde{\mathbf{x}}$ è la soluzione di $(A + 10^{-2}I)\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 8.1 \\ 4.1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 8. Spiegare come si risolve nel senso dei minimi quadrati un sistema lineare sovradeterminato la cui matrice dei coefficienti ha rango massimo.