

---

**Prova di esonero intermedia di Calcolo Numerico.**

---

**Esercizio 1.** Ricavare i coefficienti della formula di Newton-Cotes definita dal polinomio interpolante di grado 4.

**Esercizio 2.** Utilizzando la formula dell' Esercizio 1, dire *a priori* di quanto differiscono, al massimo, le approssimazioni dei seguenti due integrali:

$$\int_0^\pi \sin(x)dx, \quad \int_0^\pi (1 + 0.1 \cos(x)) \sin(x)dx.$$

**Esercizio 3.** È noto che le approssimazioni di un integrale definito mediante la formula composta di Simpson su 3 e 5 punti sono 3.1 e 3.25, rispettivamente. Dare una stima dell'errore commesso con quella più accurata.

**Esercizio 4.** Dimostrare che il metodo di Jacobi è convergente, se applicato per risolvere il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , con  $A$  matrice a diagonale dominante per righe.

**Esercizio 5.** Stabilire, argomentando la risposta, per quali valori del parametro  $\alpha$  la soluzione del seguente sistema lineare  $10 \times 10$  è sicuramente positiva:

$$\begin{pmatrix} 4 & -\alpha & & & & & & & & \\ -1 & 4 & -\alpha & & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & \ddots & \ddots & -\alpha & & & & \\ & & & & -1 & 4 & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - 2 \\ \alpha - 2.1 \\ \alpha - 2.2 \\ \vdots \\ \alpha - 2.9 \end{pmatrix}.$$

---