

---

**Prova di esonero intermedia di Calcolo Numerico.**

**Studente :** .....

---

**Esercizio 1.** Qual è il condizionamento dell'integrale

$$I(f) = \int_{-12}^{\pi} \sin(2\pi x) dx$$

$$I(f) = \int_{-\pi}^0 \exp(8x) dx$$

$$I(f) = \int_{-\pi}^{2\pi} \exp(-x/\pi) dx$$

$$I(f) = \int_{-3\pi}^{\pi} \cos(3x) dx$$

$$I(f) = \int_{-\pi}^{\pi} x^5 - \cos(x) dx$$

e quale quello della formula di Simpson per la sua approssimazione.

**Esercizio 2.** Con riferimento al problema dell'Esercizio 1, dire quante valutazioni funzionali sono necessarie, al massimo, per calcolare una approssimazione con le formule composite di Simpson e dei trapezi con accuratezza  $10^{-4}$ .

**Esercizio 3.** Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha$  la seguente matrice è una  $M$ -matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & (2 - \alpha) & -4 \\ -1 & 9 & -\alpha \\ -2 & -\alpha & 10 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & (1 - \alpha) \\ -2 & 8 & -\alpha \\ -2 & -\alpha & 8 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -5 & (1 - \alpha) \\ -4 & 8 & -\alpha \\ -6 & (3 - \alpha) & 7 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -3 & (1 - \alpha) \\ -4 & 9 & (1 - \alpha) \\ -5 & (2 - \alpha) & 9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & (1 - \alpha) \\ -4 & 9 & -\alpha \\ -6 & (3 - \alpha) & 8 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 4.** Eseguire la prima iterazione dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel applicati per risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b},$$

con  $A$  la matrice definita nell'Esercizio 3, con  $\alpha = 3$  e  $\mathbf{b} = (1, 2, 3)^\top$ , partendo dalla approssimazione iniziale  $\mathbf{x}_0 = (1, 1, 1)^\top$ . Spiegare perché i due metodi sono convergenti.

**Esercizio 5.** Spiegare esaurientemente perché è possibile applicare il metodo delle potenze per il calcolo dell'autovalore di massimo modulo della matrice  $A - 10.5I$ , dove  $A$  è la  $M$ -matrice, con elementi tutti non nulli, dell'Esercizio 3 e  $I$  è la matrice identità.

---