Nome: Corso di laurea: Iscritto all'anno di corso:

Corso di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 3 Dicembre 2007
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \log_{10}(x - 6)$.

Quali sono le disequazioni o equazioni che la x deve soddisfare? $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x - 6 > 0 \end{cases}$

Indicare le soluzioni di ciascuna equazione o disequazione:

$x^2 - 3x + 2 \geq 0 \longrightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

$x - 6 > 0 \longrightarrow x > 6$

Quale è il dominio? Faccio l'intersezione dei due insiemi e ottengo $\{x > 6\}$

2) (5 punti) Il costo per produrre una certa quantità di cavo elettrico dipende **in modo lineare** dalla lunghezza.

E' noto che a certe lunghezze corrispondono i seguenti costi:

lunghezza (in metri)	1000	1500
costo (in euro)	32	40

a) Scrivere il costo in funzione della lunghezza (Ricordatevi di indicare cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)

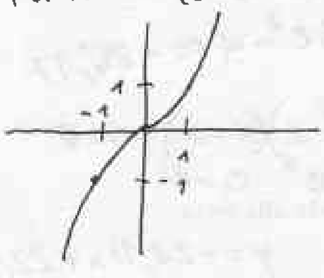
$C = mL + q$ dove $m = \frac{C_2 - C_1}{L_2 - L_1} = \frac{2}{125}$ e q lo calcolo dalla formula $C - C_1 = \frac{2}{125}(L - L_1)$. ottengo $C = \frac{2}{125}L + 16$

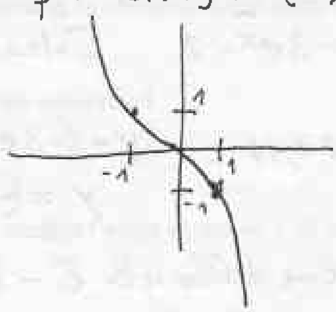
b) Con un costo di 50 euro quanti metri possono essere prodotti?

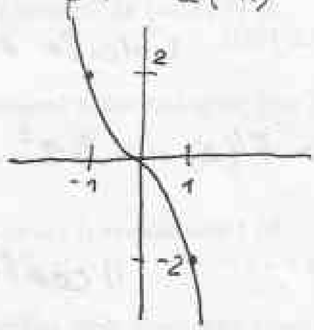
Risolvo l'equazione $50 = \frac{2}{125}L + 16$ rispetto ad L. ottengo 2125 metri

3) (5 punti) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = 1 + 2(-x)^3$, basandosi sul grafico di una opportuna funzione elementare. Disegnare almeno due punti fra i piu' significativi del grafico in questione ed anche eventuali asintoti orizzontali o verticali, indicandone la posizione. Descrivere anche le operazioni (traslazioni e in quale direzione, simmetrie, etc) sono utilizzate in tale processo.

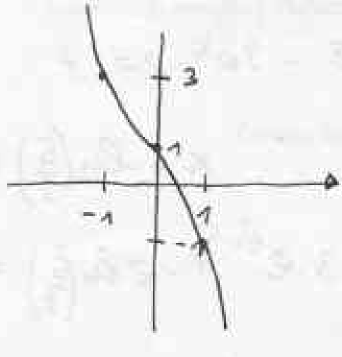
Parto disegnando $y = x^3$ poi disegno $(-x)^3$ poi $2(-x)^3$







infine il grafico di $1 + 2(-x)^3$



4) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\sin(x)\tan(x)$ $\qquad (\operatorname{sen}x)'\tan x + \operatorname{sen}x \cdot (\tan x)' = \cos x \tan x + \frac{\operatorname{sen}x}{\cos^2 x}$

$\sqrt{x^5} + \frac{2^x}{x^2+1}$ $\qquad \left(x^{5/2}\right)' + \left(\frac{2^x}{x^2+1}\right)' = \frac{5}{2}x^{3/2} + \frac{2^x \ln 2 (x^2+1) - 2^x \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$= \frac{5}{2}\sqrt{x^3} + \frac{2^x \ln 2 (x^2+1) - 2^x \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$\log_e(\cos x)$

$\frac{1}{\cos x} \cdot (-\operatorname{sen}x)$

5) (5 punti) Calcolare un valore approssimato dell'integrale $\int_1^2 (\sqrt{x}+2)dx$ usando prima il metodo dei punti medi e poi quello del trapezio. Dividere l'intervallo in 5 parti uguali.

$\Delta x = \frac{2-1}{5} = 0,2$

1 1,2 1,4 1,6 1,8 2

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola dei punti medi:

$0,2 \cdot \left(f(1,1) + f(1,3) + f(1,5) + f(1,7) + f(1,9)\right) =$

Risultato calcolo regola punti medi:

$= 0,2\left(\sqrt{1,1}+2 + \sqrt{1,3}+2 + \sqrt{1,5}+2 + \sqrt{1,7}+2 + \sqrt{1,9}+2\right)$

$= 3,29$

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola del trapezio:

$\frac{0,2}{2}\left(f(1) + 2f(1,2) + 2f(1,4) + 2f(1,6) + 2f(1,8) + f(2)\right) =$

Risultato calcolo regola trapezio:

$= 0,1\left(\sqrt{1}+2 + 2(\sqrt{1,2}+2) + 2(\sqrt{1,4}+2) + 2(\sqrt{1,6}+2) + 2(\sqrt{1,8}+2) + \sqrt{2}+2\right)$

$= 3,218$

6) (6 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -3e^x - 2x$ nel punto $(2, f(2))$. Calcolo $f'(x) = -3e^x - 2$ Calcolo $f(2) = -3e^2 - 4 \approx -26,17$

Coeff. angolare retta tangente:

$m = f'(2) = -3e^2 - 2 \approx -24,17$

Equazione retta:

$y - (-3e^2 - 4) = (-3e^2 - 2)(x - 2)$ cioè

$y = (-3e^2 - 2)x + 3e^2$ cioè

$y = -24,17x + 22,17$

b) Determinare il punto del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $y + 7x = -1$. il coeff. angolare della retta è -7

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto?

$f'(x) = -7$, cioè $-3e^x - 2 = -7$ cioè $e^x = \frac{5}{3}$

Quali sono le coordinate del punto?

$x = \ln\left(\frac{5}{3}\right) \approx 0,51$

$y = f\left(\ln\frac{5}{3}\right) = -3 \cdot e^{\ln\frac{5}{3}} - 2\ln\left(\frac{5}{3}\right) = -5 - 2\ln\left(\frac{5}{3}\right) \approx -6,02$

Nome: Corso di laurea: Iscritto all'anno di corso:

Corso di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 3 Dicembre 2007
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione $\dfrac{1}{x^2+x+6}\sqrt{1+\dfrac{2}{x-3}}$.

Quali sono le disequazioni o equazioni che la x deve soddisfare?

$x^2+x+6 \neq 0$

$1+\frac{2}{x-3} \geq 0$

Indicare le soluzioni di ciascuna equazione o disequazione:

$x^2+x+6 \neq 0$ sempre

$1+\frac{2}{x-3} \geq 0 \iff \{x \leq 1\} \cup \{x>3\}$

Quale è il dominio?

$\{x \leq 1\} \cup \{x > 3\}$

2) (5 punti) La tabella seguente da i valori di una funzione lineare:

W	20	33
R	15	18

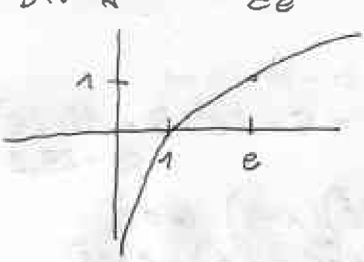
a) Scrivere la formula che esprime W in funzione di R. $W = mR+q$ dove $m = \frac{W_2-W_1}{R_2-R_1} = \frac{13}{3}$ e q si calcola con la formula $(W-W_1) = \frac{13}{3}(R-R_1)$ e si ha $W = \frac{13}{3}R - 45$

b) Quanto deve essere R se si vuole che W sia 25?

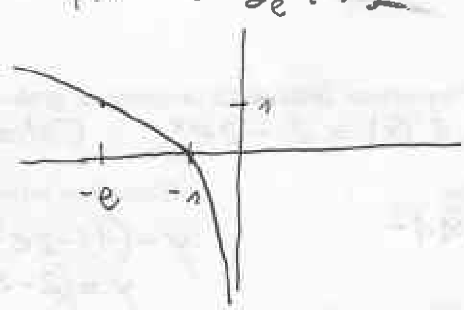
Si risolve l'equazione $25 = \frac{13}{3}R - 45$ rispetto ad R, si ottiene $R = \frac{210}{13}$

3) (5 punti) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = -2\log_e(-x)$, basandosi sul grafico di una opportuna funzione elementare. Disegnare almeno due punti fra i piu' significativi del grafico in questione ed anche eventuali asintoti orizzontali o verticali, indicandone la posizione. Descrivere anche le operazioni (traslazioni e in quale direzione, simmetrie, etc) sono utilizzate in tale processo.

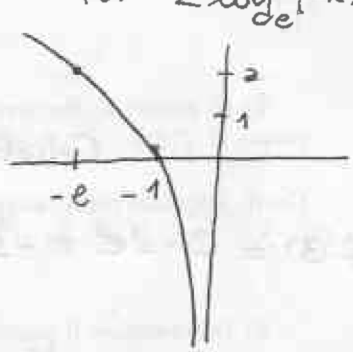
Disegno $\log_e x$



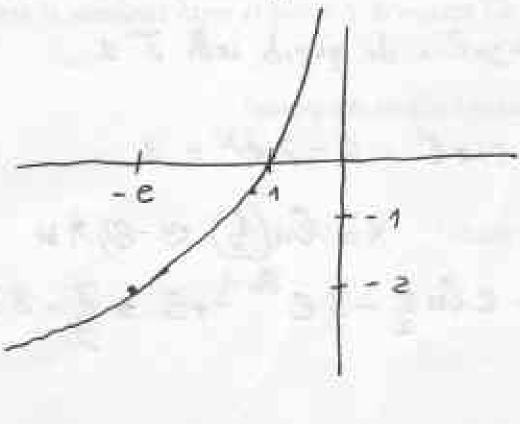
Poi $\log_e(-x)$



Poi $2\log_e(-x)$



Infine $-2\log_e(-x)$



4) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$2^x \ln x$ $\quad (2^x)' \ln x + 2^x (\ln x)' = 2^x \ln 2 \cdot \ln x + \frac{2^x}{x}$

$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\cos x}{1+\sin x}$ $\quad = \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}\right)' + \frac{(\cos x)'(1+\operatorname{sen} x) - \cos x\,(1+\operatorname{sen} x)'}{(1+\operatorname{sen} x)^2}$

$= -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} + \frac{-\operatorname{sen} x(1+\operatorname{sen} x) - \cos x \cdot \cos x}{(1+\operatorname{sen} x)^2}$

$\sqrt{x^6 - \pi + x}$

$\frac{1}{2\sqrt{x^6-\pi+x}} \cdot (6x^5+1)$

5) (5 punti) Calcolare un valore approssimato dell'integrale $\int_{-1}^{1} (x^2+x)dx$ usando prima il metodo dei punti medi e poi quello del trapezio. Dividere l'intervallo in 5 parti uguali.

$\Delta x = \frac{1-(-1)}{5} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

$-1 \quad -0{,}6 \quad -0{,}2 \quad 0{,}2 \quad 0{,}6 \quad 1$

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola dei punti medi:

$0{,}4\left(f(-0{,}8) + f(-0{,}4) + f(0) + f(0{,}4) + f(0{,}8)\right) =$

Risultato calcolo regola punti medi:

$= 0{,}4\left((-0{,}8)^2 - 0{,}8 + (-0{,}4)^2 - 0{,}4 + 0 + (0{,}8)^2 + (0{,}8) + (0{,}4)^2 + (0{,}4)\right)$

$= 0{,}64$

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola del trapezio:

$\frac{0{,}4}{2}\left(f(-1) + 2f(-0{,}6) + 2f(-0{,}2) + 2f(0{,}2) + 2f(0{,}6) + f(1)\right) =$

Risultato calcolo regola trapezio:

$= 0{,}2\left((-1)^2 - 1 + 2\left((-0{,}6)^2 - 0{,}6\right) + 2\left((-0{,}2)^2 - (0{,}2)\right) + 2\left((0{,}2)^2 + (0{,}2)\right) + 2\left((0{,}6)^2 + (0{,}6)\right) + 1^2 + 1\right) = 0{,}56$

6) (6 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = 2x - 2e^x + 5$ nel punto $(3, f(3))$. Calcolo $f'(x) = 2 - 2e^x$ $\quad$ Calcolo $f(3) = 6 - 2e^3 + 5 = 11 - 2e^3 \approx -29{,}2$

Coeff. angolare retta tangente:

$m = f'(3) = 2 - 2e^3 \approx -38{,}17$

Equazione retta:

$y - (11 - 2e^3) = (2 - 2e^3)(x-3)$ cioè

$y = (2-2e)x + 5 + 4e^3$ cioè

$y = -38{,}17x - 85{,}34$

b) Determinare il punto del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $y - x = 6$. il coeff. angolare di questa retta è 1

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto?

$f'(x) = 1$ cioè $2 - 2e^x = 1$ $\quad \frac{1}{2} = e^x$ $\quad x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Quali sono le coordinate del punto? $x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \approx -0{,}69$

$y = f\left(\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) = 2\ln\frac{1}{2} - 3e^{\ln\frac{1}{2}} + 5 = \frac{7}{2} + 2\ln\frac{1}{2} \approx 2{,}11$

Nome: Corso di laurea: Iscritto all'anno di corso:

Corso di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 3 Dicembre 2007
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione $\frac{1}{x^2 - x - 6} \ln(-1 - \frac{2}{2-x})$.

Quali sono le disequazioni o equazioni che la x deve soddisfare?

$x^2 - x - 6 \neq 0$

$-1 - \frac{2}{2-x} > 0$

Indicare le soluzioni di ciascuna equazione o disequazione:

$x^2 - x - 6 \neq 0 \iff x \neq 3, -2$

$-1 - \frac{2}{2-x} > 0 \iff x \in (2, 4)$

Quale è il dominio?

$(2,3) \cup (3,4)$

2) (5 punti) Il costo annuo di un auto dipende **in modo lineare** dal numero dei km percorsi.

E' noto che a certe percorrenze corrispondono i seguenti costi:

numero km	10000	20000
costo (in euro)	3600	4200

a) Scrivere il costo in funzione dei km percorsi.(Ricordatevi di indicare cosa rappresentano le variabili che utilizzate.) $m = \frac{C_2 - C_1}{Km_2 - Km_1} = \frac{6}{100}$ $(C - C_1) = \frac{6}{100}(Km - Km_1)$

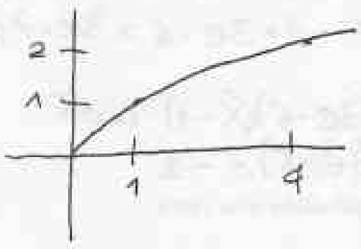
$C = \frac{6}{100} Km + 3000$

b) Sapendo che si possono spendere al massimo 6000 euro, quanti km si possono percorrere?

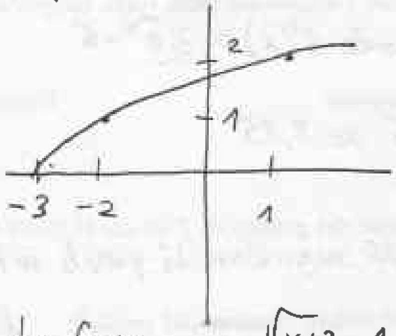
Si deve risolvere $6000 = \frac{6}{100} Km + 3000$ rispetto a Km. Si ottiene $Km = 50000$

3) (5 punti) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = -\sqrt{x+3} - 1$, basandosi sul grafico di una opportuna funzione elementare. Disegnare almeno due punti fra i piu' significativi del grafico in questione ed anche eventuali asintoti orizzontali o verticali, indicandone la posizione. Descrivere anche le operazioni (traslazioni e in quale direzione, simmetrie, etc) sono utilizzate in tale processo.

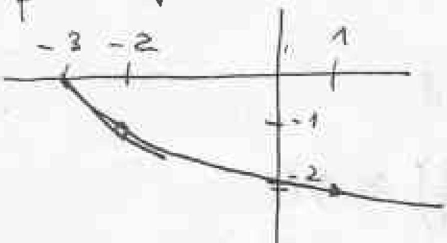
Prima disegno $\sqrt{x}$



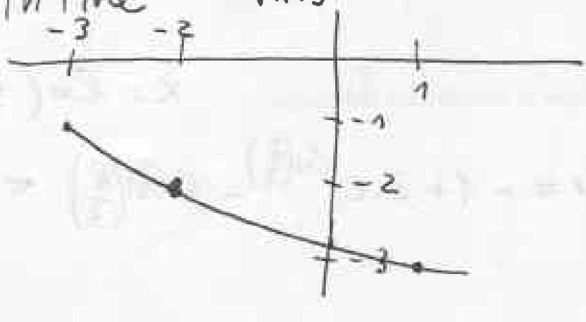
poi $\sqrt{x+3}$



poi $-\sqrt{x+3}$



In fine $-\sqrt{x+3} - 1$



4) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\sqrt{x^3}\log_2 x$ $\quad \left(x^{\frac{3}{2}}\log_2 x\right)' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\log_2 x + x^{\frac{3}{2}}\frac{1}{x\ln 2}$

$\dfrac{x\sin x}{\cos x+1}$ $\quad \dfrac{(x\,\mathrm{sen}\,x)'(\cos x+1) - x\,\mathrm{sen}\,x\,(\cos x+1)'}{(\cos x+1)^2} = \dfrac{(\mathrm{sen}\,x + x\cos x)(\cos x+1) - x\,\mathrm{sen}\,x\,(-\mathrm{sen}\,x)}{(\cos x+1)^2}$

$e^{\frac{1}{x}}$ $\quad e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

5) (5 punti) Calcolare un valore approssimato dell'integrale $\int_1^{3,5}(1-\frac{1}{x})dx$ usando prima il metodo dei punti medi e poi quello del trapezio. Dividere l'intervallo in 5 parti uguali.

$\Delta x = \frac{3,5-1}{5} = 0,5$

1 1,5 2 2,5 3 3,5

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola dei punti medi:

$\int \approx 0,5\left(f(1,25)+f(1,75)+f(2,25)+f(2,75)+f(3,25)\right) = 0,5\left(\left(1-\frac{1}{1,25}\right)+\left(1-\frac{1}{1,75}\right)+\left(1-\frac{1}{2,25}\right)+\left(1-\frac{1}{2,75}\right)+\left(1-\frac{1}{3,25}\right)\right) = 1,26$

Risultato calcolo regola punti medi:

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola del trapezio:

Risultato calcolo regola trapezio:

$\frac{0,5}{2}\left(f(1)+2f(1,5)+2f(2)+2f(2,5)+2f(3)+f(3,5)\right) = 0,25\left(\left(1-\frac{1}{1}\right)+2\left(1-\frac{1}{1,5}\right)+2\left(1-\frac{1}{2}\right)+2\left(1-\frac{1}{2,5}\right)+2\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{1}{3,5}\right)\right) \approx 1,23$

6) (6 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -1+3e^x-6x$ nel punto $(1, f(1))$. Calcolo $f'(x) = 3e^x-6$ Calcolo $f(1) = -1+3e-6 = 3e-7 \approx 1,15$

Coeff. angolare retta tangente:

$m = f'(1) = 3e-6 \approx 2,15$

Equazione retta:

$y-(3e-7) = (3e-6)(x-1)$ cioè $y = (3e-6)x-1$

b) Determinare il punto del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $y-2x=3$. il coeff. angolare di questa retta è 2

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto? $f'(x) = 2$ cioè $3e^x-6=2$

Quali sono le coordinate del punto? $x = \ln\left(\frac{8}{3}\right) \approx 0,98$

$y = -1+3\cdot e^{\ln\left(\frac{8}{3}\right)} - 6\ln\left(\frac{8}{3}\right) = 7-6\ln\left(\frac{8}{3}\right) \approx 1,11$

Nome: Corso di laurea: Iscritto all'anno di corso:

Corso di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 3 Dicembre 2007
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione $\frac{1}{x^2+4x+4}\sqrt{-1+\frac{3}{5-x}}$.

Quali sono le disequazioni o equazioni che la x deve soddisfare?

$x^2+4x+4 \neq 0$ e $-1+\frac{3}{5-x} \geq 0$

Indicare le soluzioni di ciascuna equazione o disequazione:

$x^2+4x+4 \neq 0 \iff x \neq -2$

$-1+\frac{3}{5-x} \geq 0 \iff 2 \leq x < 5$

Quale è il dominio?

$2 \leq x < 5$

2) (5 punti) La temperatura misurata in gradi Celsius (C) dipende in modo lineare dalla temperatura misurata in gradi Fahrenheit (F)

E' noto che a certi gradi C corrispondono i seguenti gradi F:

C	0	100
F	32	212

a) Scrivere la temperatura misurata in C in funzione della temperatura misurata in F.

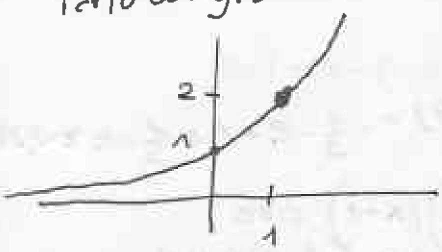
$m = \frac{C_2-C_1}{F_2-F_1} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$ $C-C_1 = \frac{5}{9}(F-F_1)$ $C-0 = \frac{5}{9}(F-32)$ $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$ o $C = 0,\bar{5}F - 17,\bar{7}$

b) Quale temperatura in gradi C corrisponde alla temperatura di 100 gradi F?

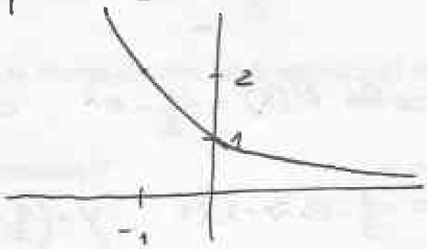
$C = \frac{5}{9}\cdot 100 - \frac{160}{9} = \frac{340}{9} = 37,\bar{7}$

3) (5 punti) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = -2^{(-x)}+1$, basandosi sul grafico di una opportuna funzione elementare. Disegnare almeno due punti fra i piu' significativi del grafico in questione ed anche eventuali asintoti orizzontali o verticali, indicandone la posizione. Descrivere anche le operazioni (traslazioni e in quale direzione, simmetrie, etc) sono utilizzate in tale processo.

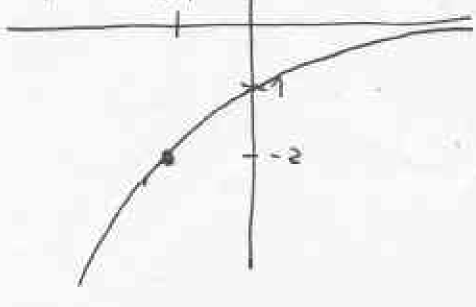
Parto dal grafico di 2^x



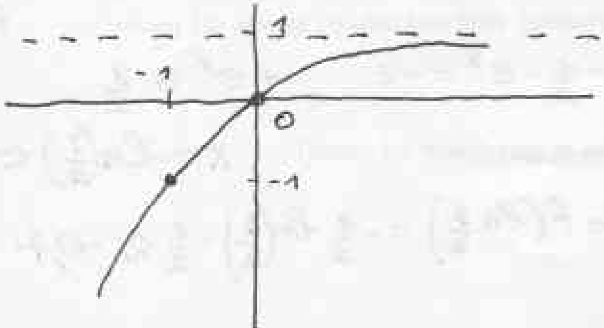
poi disegno 2^{-x}



poi -2^{-x}



Infine disegno $1-2^{-x}$



$y=1$ è asintoto orizzontale

4) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\sqrt{x^5}\log_3 x$ $\qquad (x^{\frac{5}{2}})' \log_3 x + x^{5/2} (\log_3 x)' = \frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}} \log_3 x + x^{\frac{5}{2}} \frac{1}{x \log 3}$

$\frac{x\cos x}{\sin x + 1}$ $\qquad \frac{(x \cos x)'(\operatorname{sen} x + 1) - x \cos x (\cos x)}{(\operatorname{sen} x + 1)^2} =$

$= \frac{(\cos x - x \operatorname{sen} x)(\operatorname{sen} x + 1) - x \cos^2 x}{(\operatorname{sen} x + 1)^2}$

$e^{(-\frac{1}{x})}$ $\qquad e^{(-\frac{1}{x})} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)$

5) (5 punti) Calcolare un valore approssimato dell'integrale $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ usando prima il metodo dei punti medi e poi quello del trapezio. Dividere l'intervallo in 6 parti uguali. La funzione è definita dalla tabella seguente

x	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
f(x)	0	0,5	0,8	1	0,1	-0,2	-0,3	-0,1	0	-0,2	-1	-1,2	-0,5

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola dei punti medi:

$0,5\left(f(-0,75) + f(-0,25) + f(0,25) + f(0,75) + f(1,25) + f(1,75)\right)$

Risultato calcolo regola punti medi: $0,5(0,5 + 1 - 0,2 - 0,1 - 0,2 - 1,2) = -0,1$

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola del trapezio:

$\frac{0,5}{2}\left(f(-1) + 2f(-0,5) + 2f(0) + 2f(0,5) + 2f(1) + 2f(1,5) + f(2)\right)$

Risultato calcolo regola trapezio:

$= \frac{0,5}{2}\left(0 + 2(0,8) + 2(0,1) + 2(-0,3) + 2\cdot 0 + 2(-1) - 0,5\right)$

$= -0,325$

6) (6 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -\frac{x}{2} - e^x + 1$ nel punto $(1, f(1))$. calcolo $f'(x) = -\frac{1}{2} - e^x$ calcolo $f(1) = -\frac{1}{2} - e + 1 = \frac{1}{2} - e \approx -2,21$

Coeff. angolare retta tangente: $m = f'(1) = -\frac{1}{2} - e \approx -3.21$

Equazione retta: $y - \left(\frac{1}{2} - e\right) = \left(-\frac{1}{2} - e\right)(x - 1)$ cioè $y = \left(-\frac{1}{2} - e\right)x + 1$

b) Determinare il punto del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $y + 2x - 6 = 0$. $m = -2$

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto? $f'(x) = -2$

cioè $-\frac{1}{2} - e^x = -2$ $\qquad + e^x = \frac{3}{2}$

Quali sono le coordinate del punto? $x = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \approx 1,16$

$y = f\left(\ln\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \approx -0,7$

Nome: Corso di laurea: Iscritto all'anno di corso:

Corso di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 3 Dicembre 2007
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione $\frac{1}{x^2-6x+9}\log_2(-1+\frac{2}{4-x})$.

Quali sono le disequazioni o equazioni che la x deve soddisfare?

1) $x^2-6x+9 \neq 0$

2) $-1+\frac{2}{4-x} > 0$

Indicare le soluzioni di ciascuna equazione o disequazione:

$(x-3)^2 \neq 0 \iff x \neq 3$

$-1+\frac{2}{4-x} > 0 \iff x \in (2,4)$

Quale è il dominio?

$x \in (2,3) \cup (3,4)$

2) (5 punti) La tabella seguente da i valori di una funzione lineare:

Z	8	100
T	-3	30

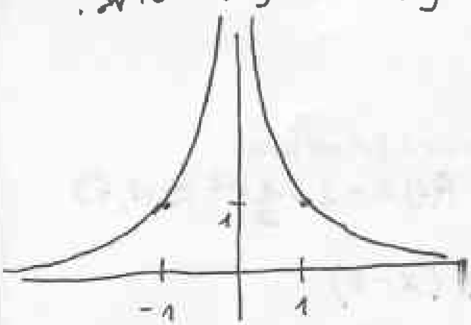
a) Scrivere la formula che esprime Z in funzione di T. $Z = mT + q$ dove $m = \frac{Z_2 - Z_1}{T_2 - T_1} = \frac{92}{33} = 2,\overline{78}$ e $q = \frac{180}{11} = 16,\overline{36}$

b) Quanto deve essere T se si vuole che Z sia 90?

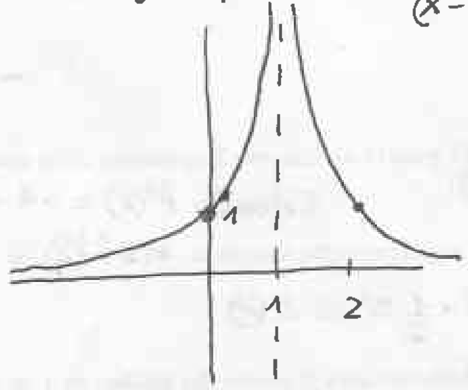
Poichè $Z = \frac{92}{33}T + \frac{180}{11}$, se si vuole $Z = 90$ deve essere $90 = \frac{92}{33}T + \frac{180}{11}$, cioè $T = \frac{1215}{46} \approx 26,41$

3) (5 punti) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}+2$, basandosi sul grafico di una opportuna funzione elementare. Disegnare almeno due punti fra i piu' significativi del grafico in questione ed anche eventuali asintoti orizzontali o verticali, indicandone la posizione. Descrivere anche le operazioni (traslazioni e in quale direzione, simmetrie, etc) sono utilizzate in tale processo.

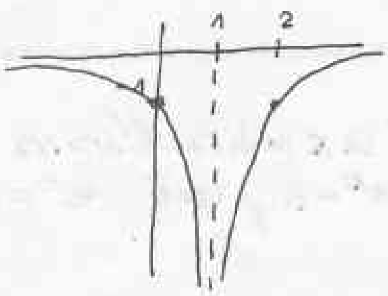
Parto disegnando il grafico di $\frac{1}{x^2}$



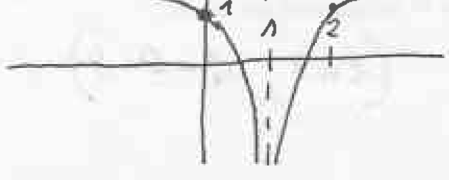
poi disegno quello di $\frac{1}{(x-1)^2}$



poi di $-\frac{1}{(x-1)^2}$



infine di $-\frac{1}{(x-1)^2}+2$



$x=1$ asintoto verticale

$y=2$ asintoto orizzontale

4) (6 punti) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\log_{10}(x)\cos(x)$ derivata $= \frac{1}{x \ln 10} \cos x + \log_{10} x \,(-\operatorname{sen} x)$

$\frac{xe^x}{x+\cos x}$ $\frac{(xe^x)' \cdot (x+\cos x) - xe^x(1-\operatorname{sen} x)}{(x+\cos x)^2} = \frac{(e^x + xe^x)(x+\cos x) - xe^x(1-\operatorname{sen} x)}{(x+\cos x)^2}$

$(\cos x + \frac{1}{x})^{10}$

$10\left(\cos x + \frac{1}{x}\right)^9 \cdot \left(-\operatorname{sen} x - \frac{1}{x^2}\right)$

5) (5 punti) Calcolare un valore approssimato dell'integrale $\int_1^4 f(x)dx$ usando prima il metodo dei punti medi e poi quello del trapezio. Dividere l'intervallo in 6 parti uguali. La funzione è definita dalla tabella seguente

x	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4
f(x)	0	0,5	0,8	1	0,1	-0,2	-0,3	-1	-1,5	-2	-1	-1,2	-0,5

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola dei punti medi:

$0,5\left(f(1,25) + f(1,75) + f(2,25) + f(2,75) + f(3,25) + f(3,75)\right)$

Risultato calcolo regola punti medi: $-1,45$

Scrivere l'impostazione del calcolo per la regola del trapezio:

$\frac{0,5}{2}\left(f(1) + 2f(1,5) + 2f(2) + 2f(2,5) + 2f(3) + 2f(3,5) + f(4)\right)$

Risultato calcolo regola trapezio: $-1,075$

6) (6 punti) a) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -x + \frac{1}{2}e^x$ nel punto $(2, f(2))$. Calcolo $f'(x) = -1 + \frac{1}{2}e^x$ Calcolo $f(2) = -2 + \frac{1}{2}e^2 \approx 1,69$

Coeff. angolare retta tangente: $m = f'(2) = -1 + \frac{1}{2}e^2 \approx 2,69$

Equazione retta: $y - 1,69 = 2,69\,(x-2)$

b) Determinare il punto del grafico di f in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $3x - y + 8 = 0$. ~~m~~ coeff. angolare $= 3$

Quale equazione deve soddisfare l'ascissa del punto? se c indica l'ascissa del punto, deve risultare $f'(c) = 3$, cioè $-1 + \frac{1}{2}e^c = 3$, cioè $e^c = 8$

Quali sono le coordinate del punto?

$(\ln 8,\ 4 - \ln 8)$