Nome: Corso di laurea: Anno di corso:

Modulo di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 6 Dicembre 2006
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) Un albergo affitta 35 camere a notte se il prezzo del pernottamento è 65 euro, ne affitta 44 se il prezzo è 55.

- Esprimere il numero di camere affittate in funzione del prezzo di pernottamento, supponendo che tale dipendenza sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
- Usare il risultato del punto precedente per predire a quale prezzo deve praticare l'albergo se vuole affittare tutte le sue 50 camere.

$x =$ costo $y =$ numero camere Eq. della retta per $(55,44)$ e $(65,35)$: $\boxed{y=-\frac{9}{10}x+93{,}5}$

oppure $x=-\frac{10}{9}y+103.8$

Per affittare 50 camere x deve soddisfare l'equazione $50=-\frac{9}{10}x+93.5$

cioè $x =$ prezzo $= 48.33$

2) Nel 1988 l'inflazione in Nicaragua era così alta che i pressi raddoppiavano ogni 54 giorni. Trovare l'espressione per la percentuale $p(t)$ di incremento dei prezzi dopo t giorni dall'inizio del 1988.

$p(t) = (2)^{\frac{t}{54}}$

Dopo quanti giorni dall'inizio dell'anno i prezzi sono decuplicati? (Scrivere il risultato in forma esatta e, usando la calcolatrice, anche in forma decimale approssimata.)

Equazione da risolvere: Giorni:

$$2^{\frac{t}{54}}=10 \Longrightarrow t=54\log_2 10 = 54\,\frac{\ln 10}{\ln 2} \simeq 179$$

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\frac{e^x}{x^3+6x}$ $\qquad \frac{e^x\cdot(x^3+6x)-e^x(3x^2+6)}{(x^3+6x)^2}$

$x\tan x+\frac{1}{\sqrt{x}}$ $\qquad \tan x + x\cdot\frac{1}{\cos^2 x}+\left(-\frac{1}{2}\right)x^{\left(-\frac{3}{2}\right)}$

$\sqrt{e^x+x}$ $\qquad \frac{1}{2\sqrt{e^x+x}}\circ(e^x+1)$

$(2x+8)^4+\ln x$ $\qquad 4(2x+8)^3\cdot 2+\frac{1}{x}$

Serve $f'(3)$. Calcolo $f'(x) = -\frac{3}{x^2} - 6$. Quindi $f'(3) = -\frac{3}{9} - 6 = -6.$

4) Sia $f(x) = 3/x - 6x - 4$. Scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$.

$f'(3) = -6.33$ Equazione: $y - f(3) = f'(3)(x-3)$ cioè $y = -6.33x - 2$

Sia l la retta che passa per i punti $(1, -1)$ e $(2, -8)$.

Equazione di l:

$m = (-1+8)/(1-2) = -7$ $y+1 = -7(x-1)$ $y = -7x + 6$

Se esistono delle rette tangenti al grafico di f che sono parallele ad l determinarne il punto di tangenza (ambedue le coordinate), altrimenti spiegare il perchè non esistono.

Equazione che si deve risolvere: Coordinate dei punti di tangenza

$f'(x) = m$ cioè $-\frac{3}{x^2} - 6 = -7$, $\frac{3}{x^2} = 1$, $\frac{3-x^2}{x^2} = 0$ cioè $x^2 = 3$

le soluzioni sono $x = \pm\sqrt{3}$. Allora ci sono due punti del grafico, $(\sqrt{3}, f(\sqrt{3}))$ e $(-\sqrt{3}, f(-\sqrt{3}))$ in cui la tangente è parallela a l

5) Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, arriva ad una altezza massima e poi inizia a scendere fino a che non tocca il suolo. La sua altezza $h(t)$ rispetto al suolo dopo t secondi è data dalla formula $h(t) = 100t - 4.9t^2$ (misurata in metri).

Dopo quanti secondi la sua velocità è 0? in quell'istante quale e' la sua altezza? quale e' l'altezza massima raggiunta dalla palla?

La velocità è la derivata di $h(t)$, quindi $veloc(t) = 100 - 9.8t$. $veloc(t) = 0$ se

t: altezza: altezza massima:

$t = \frac{100}{9.8} \approx 10.2$. L'altezza massima si ha in quell'istante ed è $h(10.2) \approx 510.$

In quale istante la palla tocca il suolo? Quali sono la velocitá e l'accellerazione in quell'istante?

t: velocitá: accellerazione:

tocca il suolo quando $h(t) = 0$, cioè nell'istante iniziale e poi per $t = \frac{100}{4.9}$. La velocità in quell'istante è

$veloc\left(\frac{100}{4.9}\right) = -99.92\ m/s$ (– vuol dire che viaggia verso il basso. L'accellerazione è la derivata della velocità e quindi $accell(t) = -9.8$ costante sempre –

6) Dire in quali intervalli la funzione

$$f(x) = (\frac{10 - 8x}{e^x}$$

e' concava verso l'alto, in quali e' concava verso il basso e indicare i suoi punti di flesso (se ne esistono).

$f' = \frac{-18 + 8x}{e^x}$ $f'' = \frac{26 - 8x}{e^x}$

concava alto in: concava basso in:

dove $f'' > 0$ cioè $x < \frac{13}{4}$ dove $f'' < 0$ cioè $x > \frac{13}{4}$

Nome: Corso di laurea: Anno di corso:

Modulo di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 6 Dicembre 2006
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) Produrre 30 biciclette in un giorno costa 3000 euro, mentre produrne 100 costa 5000 euro.

- Esprimere il costo di produzione in funzione del numero di biciclette prodotte giornalmente, supponendo che tale costo sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
- Usare il risultato del punto precedente per predire quanto costerà produrre 70 biciclette al giorno. $y = \text{costo} \quad x = \text{numero biciclette}$

retta per $(30, 3000)$ e $(100, 5000)$ $\quad \frac{y-3000}{5000-3000} = \frac{x-30}{100-30} \quad y = \frac{200}{7}x + 2142.8$

$y \doteq 28.57x + 2142.8$

Il costo per produrre 70 biciclette si ha ponendo $x = 70$. Si ottiene $y = 4142.8$

2) Un liquido a temperatura 19 gradi viene posto in un ambiente a temperatura 0 gradi. La sua temperatura si dimezza ogni 25 minuti. Trovare l'espressione per la temperatura $T(t)$ dopo t minuti.

$T(t) = 19 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}}$

Dopo quanti minuti la temperatura è 2 gradi? (Scrivere il risultato in forma esatta e, usando la calcolatrice, anche in forma decimale approssimata.)

Equazione da risolvere: minuti:

$19 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}} = 2 \qquad t = 25 \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{2}{19}$

$t = 81.19$

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\tan(x)(\log_e x) \qquad \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \log_e x + \tan x \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{e^x}{2+x^3} \qquad \frac{e^x(2+x^3) - e^x 3x^2}{(2+x^3)^2}$

$\sqrt{\cos x} \qquad \frac{1}{2\sqrt{\cos x}} \cdot (-\operatorname{sen} x) = -\frac{\operatorname{sen} x}{2\sqrt{\cos x}}$

$(3x+1)^5 + \frac{1}{x^{2/3}}$ $\quad 5(3x+1)^4 \cdot 3 + \left(-\frac{2}{3}\right) x^{-5/3}$

4) Sia $f(x) = -2/x - 3x + 20$. Scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$. $f'(x) = 2/x^2 - 3$ Quindi $f'(3) = 2/9 - 3 = -\frac{25}{9}$

$f'(3) =$ Equazione: $y - f(3) = -\frac{25}{9}(x-3)$ $\quad y = -\frac{25}{9}x + \frac{58}{3}$

Sia l la retta che passa per i punti $(1,0)$ e $(2,4)$.

Equazione di l: $m = \frac{4}{2-1} = 4$ Quindi $y - 0 = 4(x-1)$ $\quad y = 4x - 4$

Se esistono delle rette tangenti al grafico di f che sono parallele ad l determinarne il punto di tangenza (ambedue le coordinate), altrimenti spiegare il perchè non esistono.

Equazione che si deve risolvere: Coordinate dei punti di tangenza

$f'(x) = 4$ cioè $\frac{2}{x^2} - 3 = 4$, cioè $\frac{2}{x^2} = 7$, cioè $x^2 = \frac{2}{7}$

i punti del grafico in cui la tangente è parallela a l sono quindi 2: $\left(\sqrt{\frac{2}{7}}, f\left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)\right)$ e $\left(-\sqrt{\frac{2}{7}}, f\left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)\right)$

5) Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, arriva ad una altezza massima e poi inizia a scendere fino a che non tocca il suolo. La sua altezza $h(t)$ rispetto al suolo dopo t secondi è data dalla formula $h(t) = 20t - 8.2t^2$ (misurata in metri).

Dopo quanti secondi la sua velocità è 0? in quell'istante quale e' la sua altezza? quale e' l'altezza massima raggiunta dalla palla?

t: 1.21 altezza: 12.19 altezza massima: 12.19

In quale istante la palla tocca il suolo? Quali sono la velocitá e l'accellerazione in quell'istante?

t: 2.43 velocitá: -19.8 accellerazione: -16.4

La velocità è la derivata di $h(t)$. Quindi $v(t) = 20 - 16.4t$. Inoltre l'accellerazione è la derivata di v e quindi $a(t) = -16.4$ costante. $v(t)$ si annulla quando $20 - 16.4t = 0$ cioè $t = 1.21$. In tale istante l'altezza è massima e coincide con $h(1.21) = 12.19$. La palla tocca il suolo quando $h(t) = 0$, cioè all'inizio e per $t = 2.43$. In tale istante $v = v(2.43) = -19.8$ m/s.

6) Dire in quali intervalli la funzione

$$f(x) = \frac{6x-9}{e^x}$$

e' concava verso l'alto, in quali e' concava verso il basso e indicare i suoi punti di flesso (se ne esistono).

$f' = \frac{15-6x}{e^x}$ $\qquad f'' = \frac{6x-21}{e^x}$

concava alto in: concava basso in:

dove $f'' \geq 0$ cioè quando $x \geq \frac{21}{6}$ $\qquad x \leq \frac{21}{6}$

Nome: Corso di laurea: Anno di corso:

Modulo di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 6 Dicembre 2006
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) Una piccola industria di elettrodomestici spende 9000 euro per produrre 1000 tostapane in una settimana, incrementando la produzione a 1500 tostapane per settimana il costo passa a 12000 euro.

- Esprimere il costo di produzione in funzione del numero di tostapani prodotti in una settimana, assumendo che tale costo sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
- Quanti euro spenderà per produrre 2500 tostapane?

$y =$ costo $x =$ numero tostapane

retta per $(1000, 9000)$ e $(1500, 12.000)$ $m = \frac{12000-9000}{1500-1000} = 6$

$y - 9000 = 6(x-1000)$ $\boxed{y = 6x + 3000}$. Il costo per 2500 tostapane si ottiene ponendo $x = 2500$: $y = 6 \cdot 2500 + 3000 = \boxed{18000}$

2) Il tempo di dimezzamento del Radio-226 è di 1620 anni. Se un campione ha massa 30 grammi, trovare l'espressione per la massa $m(t)$ che rimane dopo t anni.

$m(t) = 30\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{t}{1620}\right)}$

Dopo quanti anni la massa è 10 grammi? (Scrivere il risultato in forma esatta e, usando la calcolatrice, anche in forma decimale approssimata.)

Equazione da risolvere: Anni:

$30 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/1620} = 10$ $\frac{t}{1620} = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{1}{3} = \frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$

$t = 1620 \cdot \frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = 2567.63$ anni

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$e^x(x^3 + 6x)$ $e^x(x^3+6x) + e^x(3x^2+6)$

$\frac{x}{\cos x} + x^{4/3}$ $\frac{\cos x - x(-\operatorname{sen} x)}{\cos^2 x} + \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$

$\sin(x^2 + 5x)$ $\cos(x^2+5x) \cdot (2x+5)$

$7(\log_e x) + (\sin x)^3$ $\frac{7}{x} + 3(\operatorname{sen} x)^2(\cos x)$

4) Sia $f(x) = \frac{5}{x} + 6x + 8$. Scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$.

$f'(x) = -\frac{5}{x^2} + 6$ quindi $f'(3) = \frac{49}{9}$

$f'(3) = \frac{49}{9}$ Equazione: $y - f(3) = \frac{49}{9}(x-3)$ $\quad y - \frac{83}{3} = \frac{49}{9}(x-3)$ $\quad y = \frac{49}{9}x + \frac{34}{3}$

Sia l la retta che passa per i punti $(-1, 1)$ e $(2, 6)$.

$m = \frac{6-1}{2+1} = 5/3$ Equazione di l: $y - 1 = \frac{5}{3}(x+1)$ $\quad y = \frac{5}{3}x + \frac{8}{3}$

Se esistono delle rette tangenti al grafico di f che sono parallele ad l determinarne il punto di tangenza (ambedue le coordinate), altrimenti spiegare il perchè non esistono.

Equazione che si deve risolvere: Coordinate dei punti di tangenza

si deve risolvere l'equaz. $f'(x) = \frac{5}{3}$ cioè $-\frac{5}{x^2} + 6 = \frac{5}{3}$

$-\frac{5}{x^2} + \frac{13}{3} = 0$ $\quad \frac{-15 + 13x^2}{3x^2} = 0$ $\quad$ cioè $x = \pm\sqrt{\frac{15}{13}}$

5) Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, arriva ad una altezza massima e poi inizia a scendere fino a che non tocca il suolo. La sua altezza $h(t)$ rispetto al suolo dopo t secondi è data dalla formula $h(t) = 50t - 4.9t^2$ (misurata in metri).
Dopo quanti secondi la sua velocità è 0? in quell'istante quale e' la sua altezza? quale e' l'altezza massima raggiunta dalla palla?

t: $\frac{50}{9.8} \approx 5.1$ s altezza: 127.5 m altezza massima: 127.5 m

In quale istante la palla tocca il suolo? Quali sono la velocitá e l'accellerazione in quell'istante?

t: 10.2 s velocitá: -50 m/s accellerazione: -9.8 m/s^2

La velocità è la derivata di $h(t)$ l'accellerazione è la derivata di $v(t)$ quindi $v(t) = 50 - 9.8t$ $\quad a(t) = -9.8$ (costante) La velocità si annulla quando $0 = 50 - 9.8t$, cioè $t \approx 5.1$ In quell'istante l'altezza è $h(5.1) \approx 127.5$. La palla tocca il suolo quando $h(t) = 0$, cioè per $t = 0$ e per $t \approx 10.2$. In tale istante $v(10.2) = -50$

6) Dire in quali intervalli la funzione

$$f(x) = (x^2 - 6x + 9)e^x$$

e' concava verso l'alto, in quali e' concava verso il basso e indicare i suoi punti di flesso (se ne esistono).

$f' = (x^2 - 4x + 3)e^x$ $\qquad f'' = (x^2 - 2x - 1)e^x$

concava alto in: concava basso in:

$(-\infty, 1-\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}, +\infty)$ $\qquad (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$

Nome: Corso di laurea: Anno di corso:

Modulo di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 6 Dicembre 2006
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) Un pioppo e' alto 9 metri nel 2001, ed è alto 12 metri nel 2003.

- Esprimere l'altezza del pioppo in funzione dell'anno, supponendo che tale dipendenza sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
- Usare il risultato del punto precedente per predire in quale anno il pioppo sarà alto 14 metri.

$y =$ altezza $x =$ tempo (in anni)

retta per $(2001, 9)$ e $(2003, 12)$ $m = \frac{12-9}{2003-2001} = \frac{3}{2}$ $y - 9 = \frac{3}{2}(x - 2001)$

cioè $y = \frac{3}{2}x - \frac{5985}{2}$, $y = 1.5x - 2992.5$. Sarà alto 14 metri se x soddisfa l'equaz. $14 = 1.5x - 2992.5$ cioè $x = 2004.\overline{3}$

2) La pressione atmosferica decresce con l'altezza dal suolo e si dimezza ogni 52000 metri. Trovare l'espressione per la pressione atmosferica $p(h)$ a h metri dal suolo, sapendo che al suolo è 1 atmosfera.

$p(h) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{52.000}}$

A che altezza la pressione ' è 0.8 atmosfere? (Scrivere il risultato in forma esatta e, usando la calcolatrice, anche in forma decimale approssimata.)

Equazione da risolvere: Altezza: 16740 m

$\left(\frac{1}{2}\right)^{h/52.000} = 0.8$ $h = 52.000 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0.8$

$h = 52.000 \frac{\ln 0.8}{\ln 0.5} = 16740$ m

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$2^x(x^4+8)$ $2^x \ln 2 \, (x^4+8) + 2^x(4x^3)$

$\frac{x}{\sin x} + \sqrt[3]{x^2}$ $\frac{\operatorname{sen} x - x \cos x}{(\operatorname{sen} x)^2} + \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$

$\cos(x^6 - 8x)$ $-\operatorname{sen}(x^6 - 8x) \cdot (6x^5 - 8)$

$7(\log_e x)^3 + \tan x$ $7 \cdot 3 (\log_e x)^2 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x}$

4) Sia $f(x) = -2/x - 8x$. Scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$. Poichè $f'(x) = \frac{2}{x^2} - 8$, $f'(3) = -\frac{70}{9}$. Eq. tangente: $y - f(3) = -\frac{70}{9}(x-3)$

$f'(3) = -\frac{70}{9}$ Equazione: $y + \frac{74}{3} = -\frac{70}{9}x + \frac{70}{3}$ $y = -\frac{70}{9}x - \frac{4}{3}$

Sia l la retta che passa per i punti $(0, 1)$ e $(3, -1)$.

Equazione di l: $m = \frac{-1-1}{3-0} = -\frac{2}{3}$ $y - 1 = -\frac{2}{3}(x-0)$ $y = -\frac{2}{3}x + 1$

Se esistono delle rette tangenti al grafico di f che sono parallele ad l determinarne il punto di tangenza (ambedue le coordinate), altrimenti spiegare il perchè non esistono.

Equazione che si deve risolvere: Coordinate dei punti di tangenza

Si deve risolvere l'equazione

$f'(x) = -\frac{2}{3}$, cioè $\frac{2}{x^2} - 8 = -\frac{2}{3}$ $\frac{2}{x^2} - \frac{22}{3} = 0$ $\frac{6 - 22x^2}{3x^2} = 0$

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{11}}$. I punti del grafico sono allora

$\left(\sqrt{\frac{3}{11}}, f\left(\sqrt{\frac{3}{11}}\right)\right)$ e $\left(-\sqrt{\frac{3}{11}}, f\left(-\sqrt{\frac{3}{11}}\right)\right)$

5) Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, arriva ad una altezza massima e poi inizia a scendere fino a che non tocca il suolo. La sua altezza $h(t)$ rispetto al suolo dopo t secondi è data dalla formula $h(t) = 10t - 2.3t^2$ (misurata in metri).

Dopo quanti secondi la sua velocità è 0? in quell'istante quale e' la sua altezza? quale e' l'altezza massima raggiunta dalla palla?

t: 2.1 s altezza: 10.87 m altezza massima: 10.87 m

In quale istante la palla tocca il suolo? Quali sono la velocitá e l'accellerazione in quell'istante?

t: 4.3 s velocitá: −10 m/s accellerazione: 4.6 m/s²

Velocità = derivata di h: Quindi $v(t) = 10 - 4.6t$. Accellerazione = derivata velocità $\Rightarrow a(t) = -4.6$ (costante).

La palla tocca suolo quando $h(t) = 0$ cioè quando $t = 0$ e $t = \frac{10}{2.3} \approx 4.3$ s

In tale istante la velocità è −10.

La velocità è 0 quando $v(t) = 0$, cioè $t = \frac{10}{4.6} \approx 2.1$ s. L'altezza $h\left(\frac{10}{4.6}\right) = 10.87$ m

6) Dire in quali intervalli la funzione

$$f(x) = x(2x^4 - x^3 + 20)$$

e' concava verso l'alto, in quali e' concava verso il basso e indicare i suoi punti di flesso (se ne esistono).

$f' = 10x^4 - 4x^3 + 20$ $f'' = x^2(40x - 12)$

concava alto in: concava basso in:

dove $f'' \geq 0$, cioè in $\left[\frac{3}{10}, +\infty\right)$ in $\left(-\infty, \frac{3}{10}\right]$

Nome: Corso di laurea: Anno di corso:

Modulo di Matematica, Prova scritta parziale n. 1, 6 Dicembre 2006
Corsi di laurea in Alimentari e Viticoltura ed Enologia

In ogni esercizio oltre al risultato scrivete i passaggi principali necessari per arrivare alla soluzione.

1) Il costo complessivo annuale per una auto dipende dal chilometraggio annuale percorso. Si spendono 3800 euro per percorrere 10000 Km e 4700 per percorrerne 15000.

- Esprimere il costo in funzione del numero di Km percorsi, assumendo che tale costo sia lineare. (Ricordatevi di indicare che cosa rappresentano le variabili che utilizzate.)
- Usare il risultato del punto precedente per predire quanto costerà usare la macchina per un 20000 Km all'anno.

y = costo (in euro) x = numero chilometri per anno

retta per $(10.000, 3500)$ e $(15000, 4700)$. $m = \frac{4700-3800}{15000-10000} = \frac{4.5}{25} = 0.18$

$y - 3800 = 0.18 (x - 10000)$ $y = 0.18x + 2000$. Il costo corrispondente a 20000 km è $y(20000) = 0.18 \cdot 20000 + 2000 = 5600$ €

2) A causa degli esplosioni nell'atmosfera di ordigni nucleari negli anni 60, una certa persona ha assorbito una certa quantita' di Stronzio-90. Il tempo di dimezzamento di tale sostanza è di 29 anni. Trovare l'espressione per la frazione $f(t)$ dello Stronzio-90 assorbito negli anni 60 che rimane nella persona dopo t anni.

$$f(t) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{29}}$$

Dopo quanti anni la quantità è 1/10 dell'iniziale? (Scrivere il risultato in forma esatta e, usando la calcolatrice, anche in forma decimale approssimata.)

Equazione da risolvere: Anni: $\simeq 96.33$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{29}} = \frac{1}{10} \qquad \frac{t}{29} = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{\ln 1/10}{\ln 1/2}$$

$$t = 29 \cdot \frac{\ln 1/10}{\ln 1/2} \simeq 96.33$$

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e scriverle nella forma piu' semplificata possibile.

$\frac{\log_{10}(x)}{\cos x}$ $\qquad \frac{\left(\frac{1}{x \cdot \ln 10}\right) \cdot \cos x - \log_{10} x \, (-\operatorname{sen} x)}{\cos^2 x}$

$x^2 \tan x$ $\qquad 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x}$

$\sqrt{e^x + 1}$ $\qquad \frac{1}{2\sqrt{e^x+1}} \cdot e^x$

$(x^2+1)^3 + \frac{1}{x^2}$ $3(x^2+1)^2 \cdot 2x + (-2)x^{-3}$

4) Sia $f(x) = 8/x + 3x + 5$. Scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(3, f(3))$. $f'(x) = -\frac{8}{x^2} + 3$ quindi

$f'(3) = 19/9$ Equazione: $y - f(3) = \frac{19}{9}(x-3)$, $y - \frac{50}{3} = \frac{19}{9}(x-3)$

$y = \frac{19}{9}x + \frac{31}{3}$

Sia l la retta che passa per i punti $(1,-1)$ e $(2,3)$.

Equazione di l: $m = \frac{3+1}{2-1} = 4$ $y-3 = 4(x-2)$ $y = 4x-5$

Se esistono delle rette tangenti al grafico di f che sono parallele ad l determinarne il punto di tangenza (ambedue le coordinate), altrimenti spiegare il perchè non esistono.

Equazione che si deve risolvere: Coordinate dei punti di tangenza

Si deve risolvere $f'(x) = 4$ cioè $-\frac{8}{x^2} + 3 = 4$ $-\frac{8}{x^2} - 1 = 0$

$\frac{-8-x^2}{x^2} = 0$ $x^2 + 8 = 0$. Tale equazione non ha soluzione

e non ci sono rette tangenti al grafico parallele ad l

5) Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, arriva ad una altezza massima e poi inizia a scendere fino a che non tocca il suolo. La sua altezza $h(t)$ rispetto al suolo dopo t secondi è data dalla formula $h(t) = 30t - 3.6t^2$ (misurata in metri).

Dopo quanti secondi la sua velocità è 0? in quell'istante quale e' la sua altezza? quale e' l'altezza massima raggiunta dalla palla?

t: $4.1\overline{6}$ s altezza: 62.5 m altezza massima: 62.5 m

In quale istante la palla tocca il suolo? Quali sono la velocitá e l'accellerazione in quell'istante?

t: $8.\overline{3}$ s velocitá: -30 m/s accellerazione: 7.2 m/s² è

$V(t)$ = deriv. di $h(t) = 30 - 7.2t$ $a(t)$ = deriv. di $V(t) = -7.2$ (costante)

La palla tocca terra quando $h(t) = 0$ cioè per $t = 0$ (al lancio) e per $t = \frac{30}{3.6} \simeq 8.3$. In tale istante la velocità è $V(8.\overline{3}) = -30$ m/s.

La velocità si annulla quando $30 - 7.2t = 0$ cioè $t = \frac{30}{7.2} \simeq 4.16$. In tale istante l'altezza è $h\left(\frac{30}{7.2}\right) = 62.5$ m

6) Dire in quali intervalli la funzione

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$$

e' concava verso l'alto, in quali e' concava verso il basso e indicare i suoi punti di flesso (se ne esistono).

$f' = e^x(x^2-1)$ $f'' = e^x(x^2+2x-1)$

concava alto in: $(-\infty, -1-\sqrt{2}] \cup [-1+\sqrt{2}, +\infty)$

concava basso in: $[-1-\sqrt{2}, -1+\sqrt{2}]$