

Nome:

Corso di laurea:

Indicare se 6 o 12 crediti:

**Scritto di Matematica per cdl in Alimentari e Viticoltura ed Enologia
Prova scritta (12 crediti) del 24 Febbraio 2010**

1) (5 punti) Una grandezza Q cresce esponenzialmente in funzione del tempo. E' noto che quando $t = 0$ si ha $Q = 100$ e che Q raddoppia ogni 7 ore.

- (1) scrivere la formula che esprime quanto è Q al tempo t ;
- (2) dire dopo quante ore si ha $Q = 250$. (Scrivere la risposta sia usando l'espressione esatta, sia calcolandone il valore numerico approssimato usando la calcolatrice.)

2) Sia

$$f(x) = \frac{5}{x} - 3x$$

- (1) (4 punti) Trovare le coordinate dei due punti P e Q appartenenti al grafico di $f(x)$ in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $2y + 8x = 0$.
- (2) (2 punti) Scrivere le equazioni delle rette tangenti al grafico di f in P e in Q .

3) Sia

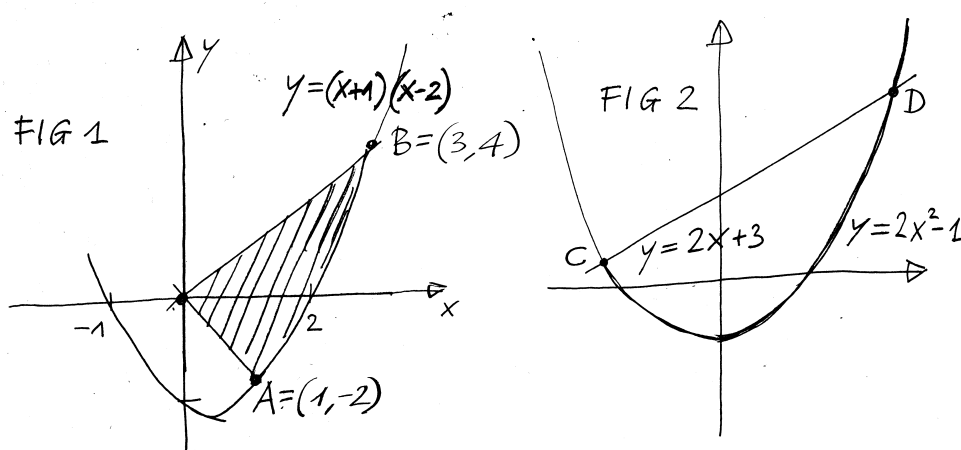
$$f(x) = \frac{1}{3x} - \frac{1}{x^3}$$

La funzione ha come dominio $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ e inoltre $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$.

- (1) (1,5 punto) dire dove il grafico di f interseca, sta sopra o sta sotto l'asse x ;
- (2) (3 punti) dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i suoi punti critici;
- (3) (2,5 punti) disegnare (ignorando lo studio della concavità) il grafico di f .

4) (4 punti) Quanto rapidamente sta aumentando la lunghezza dello spigolo di un cubo quando il volume del cubo è $64(\text{cm})^3$ e il volume sta crescendo con una rapidità di $2(\text{cm})^3/\text{s}$? (Suggerimento: volume cubo = (lunghezza spigolo cubo)³)

5) (6 punti) Calcolare il valore esatto dell'area ombreggiata in figura 1. (Suggerimento: scrivere l'equazione delle due rette; l'area può essere spezzata in due parti in modo che l'area di ogni parte possa essere calcolata tramite un integrale.)



6) (6 punti) Siano C e D i due punti intersezione della retta e della parabola in figura 2.

- (1) Scrivere la lunghezza (attenzione, non si parla di area) dell'arco di parabola con estremi C e D tramite un integrale.
- (2) Calcolare una approssimazione della lunghezza usando il metodo di Simpson e $n = 6$.

Prova scritta (6 crediti) del 24 Febbraio 2010

Risolvere gli esercizi 2 (6 punti), 3 (8 punti), 5 (6 punti) del compito da 12 crediti e i due esercizi seguenti:

1') (5 punti) Una grandezza M dipende da una grandezza N in modo lineare. E' noto che quando $N = 1$ si ha $M = 6$ e che quando $N = 3$ si ha $M = 1$. Scrivere esplicitamente M in funzione di N e dire per quale valore di N si ha $M = 3/2$.

6') (8 punti) Dell'integrale

$$\int_1^3 x \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)^2 dx.$$

calcolare sia il valore esatto, tramite il metodo delle primitive, sia un valore approssimato tramite il metodo dei punti medi con $n = 5$.

Nome:

Corso di laurea:

Indicare se 6 o 12 crediti:

Scritto di Matematica per cdl in Alimentari e Viticoltura ed Enologia
Prova scritta (12 crediti) del 24 Febbraio 2010

1) (5 punti) Una grandezza R decresce esponenzialmente in funzione del tempo. E' noto che quando $t = 0$ si ha $R = 1000$ e che R si dimezza ogni 6 ore.

- (1) scrivere la formula che esprime quanto è R al tempo t ;
- (2) dire dopo quante ore si ha $R = 15$. (Scrivere la risposta sia usando l'espressione esatta, sia calcolandone il valore numerico approssimato usando la calcolatrice.)

2) Sia

$$f(x) = -\frac{6}{x} - 3x$$

- (1) (4 punti) Trovare le coordinate dei due punti P e Q appartenenti al grafico di $f(x)$ in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $2y - 8x = 0$.
- (2) (2 punti) Scrivere le equazioni delle rette tangenti al grafico di f in P e in Q .

3) Sia

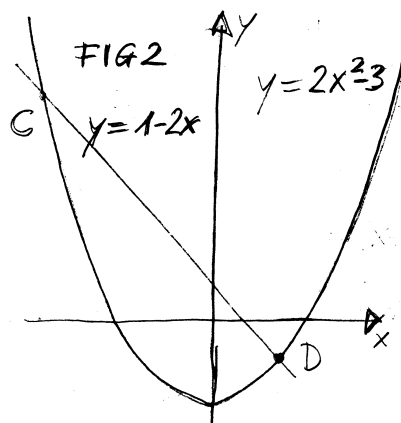
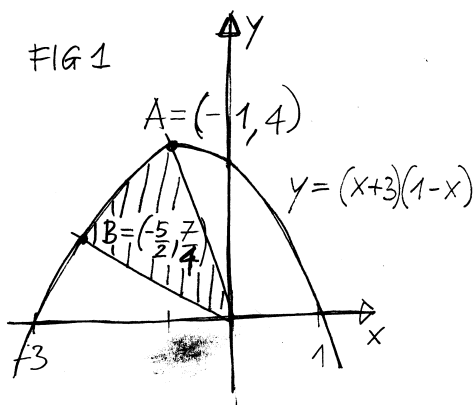
$$f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{12x}.$$

La funzione ha come dominio $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ e inoltre $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

- (1) (1,5 punti) dire dove il grafico di f interseca, sta sopra o sta sotto l'asse x ;
- (2) (3 punti) dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i suoi punti critici;
- (3) (2,5 punti) disegnare (ignorando lo studio della concavità) il grafico di f .

4) (4 punti) Un serbatoio d'acqua ha la forma di un cono circolare rovesciato, con delle dimensioni tali che quando la profondità dell'acqua è x metri l'acqua contenuta è $(\pi/3)x^3$ metri cubi. Viene immessa acqua nel serbatoio con una velocità di 0,1 metri cubi al minuto. Con che velocità aumenta la profondità dell'acqua quando il serbatoio contiene $(\pi/3)64$ metri cubi?

5) (6 punti) Calcolare il valore esatto dell'area ombreggiata in figura 1. (Suggerimento: scrivere l'equazione delle due rette; l'area può essere spezzata in due parti in modo che l'area di ogni parte possa essere calcolata tramite un integrale.)



6) (6 punti) Siano C e D i due punti intersezione della retta e della parabola in figura 2.

- (1) Scrivere la lunghezza (attenzione, non si parla di area) dell'arco di parabola con estremi C e D tramite un integrale.
- (2) Calcolare una approssimazione della lunghezza usando il metodo di Simpson e $n = 6$.

Nome:

Corso di laurea:

Indicare se 6 o 12 crediti:

Scritto di Matematica per cdl in Alimentari e Viticoltura ed Enologia
Prova scritta (12 crediti) del 24 Febbraio 2010

1) (5 punti) Una grandezza S decresce esponenzialmente in funzione del tempo. E' noto che quando $t = 0$ si ha $S = 500$ e che S si dimezza ogni 9 ore.

- (1) scrivere la formula che esprime quanto è S al tempo t ;
- (2) dire dopo quante ore si ha $S = 20$. (Scrivere la risposta sia usando l'espressione esatta, sia calcolandone il valore numerico approssimato usando la calcolatrice.)

2) Sia

$$f(x) = -\frac{5}{x} + 4x$$

- (1) (4 punti) Trovare le coordinate dei due punti P e Q appartenenti al grafico di $f(x)$ in cui la retta tangente al grafico è parallela alla retta $-12x + 2y = 0$.
- (2) (2 punti) Scrivere le equazioni delle rette tangenti al grafico di f in P e in Q .

3) Sia

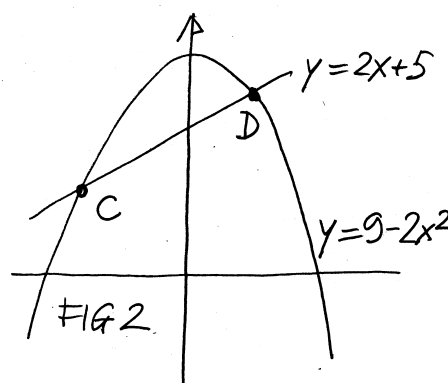
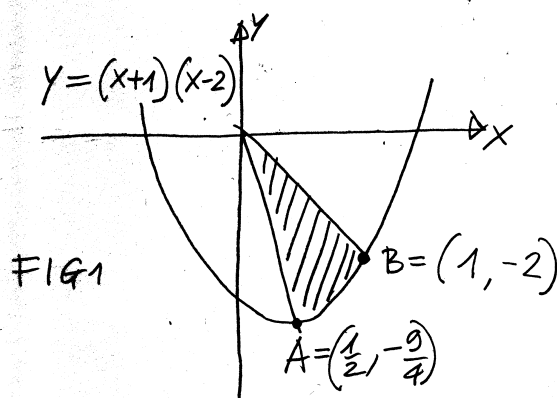
$$f(x) = \frac{1}{x^4} - \frac{1}{8x^2}.$$

La funzione ha come dominio $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ e inoltre $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$.

- (1) (1,5 punto) dire dove il grafico di f interseca, sta sopra o sta sotto l'asse x ;
- (2) (3 punti) dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i suoi punti critici;
- (3) (2,5 punti) disegnare (ignorando lo studio della concavità) il grafico di f .

4) (4 punti) Una scatola ha base quadrata, che varia nel tempo, e altezza costante uguale a 5cm . Se il suo volume diminuisce di $2(\text{cm})^3$ al minuto quanto velocemente diminuisce il lato del quadrato di base quando il volume è $45(\text{cm})^3$? (Suggerimento: volume = $(\text{base})^2 \cdot \text{altezza}$)

5) (6 punti) Calcolare il valore esatto dell'area ombreggiata in figura 1. (Suggerimento: scrivere l'equazione delle due rette; l'area può essere spezzata in due parti in modo che l'area di ogni parte possa essere calcolata tramite un integrale.)



6) (6 punti) Siano C e D i due punti intersezione della retta e della parabola in figura 2.

- (1) Scrivere la lunghezza (attenzione, non si parla di area) dell'arco di parabola con estremi C e D tramite un integrale.
- (2) Calcolare una approssimazione della lunghezza usando il metodo di Simpson e $n = 6$.