A

Nome e cognome:

Prova scritta di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
18 Febbraio 2016

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

1a) (1,5 punti) Scrivere l'equazione della retta tangente a $y = log_{10}x$ in $(1, 0)$.

soluzione

Ne calcolo il coeff. angolare $m = f'(1) = \left.\frac{1}{x \cdot \ln(10)}\right|_{x=1} = \frac{1}{\ln(10)}$

allora retta cercata = retta con $m = \frac{1}{\ln(10)}$ e che passa per $(1,0)$, quindi
$y = \frac{1}{\ln 10}(x-1)$ o anche $y = 0{,}434(x-1)$

1b) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\frac{tan(x)}{f(x)}$ in $x = 0$ sapendo che $f(0) = 2$ e che $f'(0) = -1$.

soluzione

$\left(\frac{\tan x}{f(x)}\right)' = \frac{(\tan x)' f(x) - \tan x \, f'(x)}{f(x)^2}$. Se applico questa formula in $x=0$ ottengo $\frac{\frac{1}{\cos^2(0)} \cdot f(0) - \tan(0) f'(0)}{f(0)^2}$ cioè $\frac{\frac{1}{1} \cdot f(0) - 0 \cdot f'(0)}{f(0)^2}$, cioè $\frac{1}{f(0)}$

Dato che l'esercizio dice che $f(0)=2$ la derivata di $\frac{\tan x}{f(x)}$ in $x=0$ è $\frac{1}{2}$

1c) (1,5 punti) Se l'equazione $3\,(2)^x + 6 = 8$ ha soluzione scriverla in forma decimale approssimata.

soluzione

$3 \cdot 2^x + 6 = 8 \Rightarrow 3\,2^x = 8-6 \Rightarrow 3 \cdot 2^x = 2 \Rightarrow$

$2^x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \ln_2\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{\log_{10}\frac{2}{3}}{\log_{10} 2} = -0{,}585$

1d) (1,5 punti) Risolvere la disequazione $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} < 0$.

soluzione

$\frac{(x-1)+2x}{x(x-1)} < 0 \qquad \frac{3x-1}{x(x-1)} < 0$

		0	1/3	1	
segno di	$3x-1$	$-$	$-$	$+$	$+$
"	x	$-$	$+$	$+$	$+$
"	$x-1$	$-$	$-$	$-$	$+$
		$-$	$+$	$-$	$+$

Allora la diseq. è vera quando $x<0$ e quando $\frac{1}{3} < x < 1$

2) (6 punti) Considerate la tabella seguente

X	Y
-0,5	1
0,5	6
3	80

a) Calcolate la media e la varianza dei dati Y;

b) Cercate la funzione esponenziale $Y = a\,p^X$ che meglio approssima i dati: calcolate i coefficienti a e p; calcolate il coefficiente R^2 corrispondente a questa interpolazione e dite se possiamo ritenere che la Y dipenda dalla X in modo esponenziale oppure no;

media(Y)= ; varianza(Y)=

equazione retta di regressione del problema associato:
$a =$; $p =$
R^2= ; Y dipende da X in modo esponenziale oppure no?

Svolgimento:

Compito 1

	X	Y	Z:=Log y	X^2	Y^2	Z^2	ZX
	-0,50	1	0,00	0,25	1	0,000	0,000
	0,50	6	0,78	0,25	36	0,606	0,389
	3,00	80	1,90	9	6400	3,622	5,709
media	1,00	29,00	0,89	3,17	2145,67	1,41	2,03
varianza	2,17	1304,667	0,61				

regressione lineare associata				
m=	media xz-media(x)media(z)		1,139	0,526
	varianza(x)		2,167	
q=	media(z)-m*media(x)		0,368	
regressione esponenziale				
a=	10^q		2,3336661	
p=	10^m		3,3551223	
Rq (calcolato da calc)=		0,9811		
CP=	media(xz)-media(x)media(z)		1,1390	0,9905
	devstand(x)devstand(z)		1,1499	
CP calcolato da calc=				0,9905
R^2=				0,9811

3) (7 punti) Sia $f(x) = \dfrac{x^2-10x}{2} + \ln\left(\dfrac{x^4}{4}\right)$.

Il dominio di f è $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to0^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

La funzione si annulla solo in $x = -0,597$ e in $x = 8,217$, è negativa tra quei due numeri e positiva al di fuori.

a) Scrivere la derivata prima di f e dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i punti in cui $f' = 0$;
b) Calcolare il valore di f nei punti in cui $f' = 0$;
c) Disegnare il grafico di f (senza tener conto della concavità);
d) Determinare i punti di minimo e massimo assoluti e i relativi valori per la funzione al variare di x nell'intervallo $[\frac{1}{2}, 4]$.

derivata prima di f	
intervalli in cui f cresce	e in cui decresce
x in cui si annulla f' e valore di f in essi	
punto/i di massimo e valore massimo nell'intervallo indicato	
punto/i di minimo e valore minimo nell'intervallo indicato	

Svolgimento e grafico:

Derivata di $\ln\left(\frac{x^4}{4}\right)$

1° modo: funzione composta $\frac{1}{\frac{x^4}{4}}\cdot\left(\frac{x^4}{4}\right)'$ cioè $\frac{1}{\frac{x^4}{4}}\cdot\frac{4}{4}x^3$ cioè $\frac{4}{x}$

2° modo: proprietà dei logaritmi $\ln\left(\frac{x^4}{4}\right) = \ln x^4 - \ln 4 = 4\ln x - \ln 4$

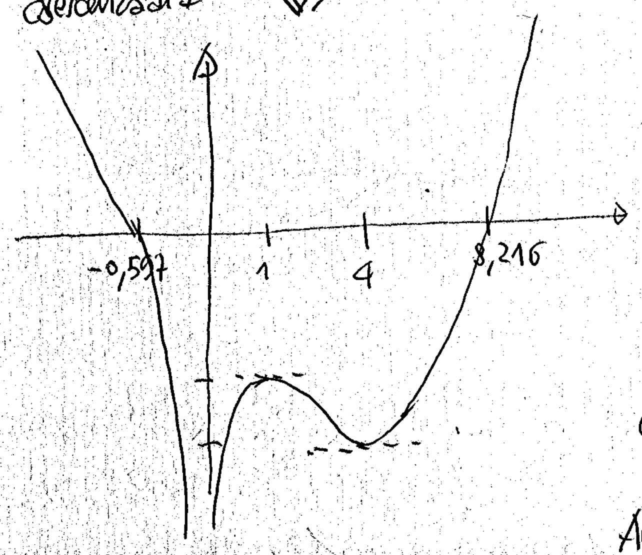
quindi $\left(\ln\left(\frac{x^4}{4}\right)\right)' = \frac{4}{x}$

Comunque $f'(x) = x - 5 + \frac{4}{x} = \frac{x^2-5x+4}{x}$ $\quad f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ & $x = 4$

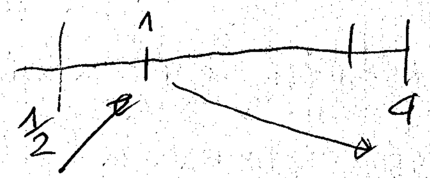
	0	1	4	
segno di x^2-5x+4	+	+	−	+
segno di x	−	+	+	+
segno di f'	−	+	−	+
crescenza di f	↘	↗	↘	↗

$f(1) \approx -5,5986$

$f(4) \approx -7,5$



In $\left[\frac{1}{2}, 4\right]$ la crescenza di f è



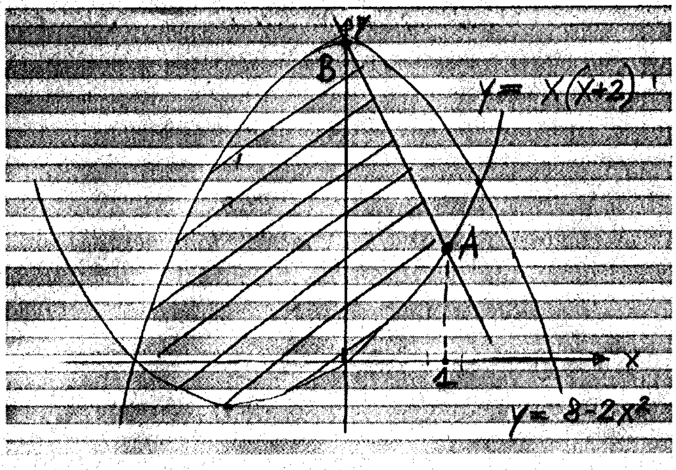
Quindi $x = 1$ è massimo assoluto e $-5,5986$ è massimo assoluto.

Confrontiamo $f\left(\frac{1}{2}\right)$ e $f(4)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -6,2642 \qquad f(4) = -7,5.$

Allora $x = 4$ è punto di minimo assoluto e $-7,5$ è minimo assoluto.

4) (6 punti) Il disegno sotto vi dà sufficienti informazioni per calcolare le coordinate di A e B. Vi dà inoltre le equazioni delle due parabole. Sulla base di queste informazioni calcolate l'area della regione tratteggiata in figura.



scrivete l'area tramite uno o più integrali:
valore dell'area:

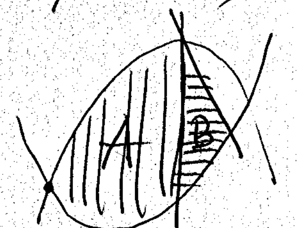
Svolgimento:

B = intersezione della parabola $y = 8-2x^2$ con asse y $\Rightarrow B=(0,8)$

A = punto con coordinata x uguale a 1 della parabola $y=x(x+2) \Rightarrow A=(1,3)$

Eq. retta per A e B : $y = 8-5x$

Divido l'area in due parti in modo che in ognuna delle due parti né la funzione che limita l'insieme dall'alto, né quella che lo limita dal basso, cambi espressione (come passare dall'essere ~~...~~ $y = 8-2x^2$ ad essere $y=8-5x$).



area = area A + area B $= \int_?^0 (8-2x^2)-(x(x+2))\,dx \; +$

$+ \int_0^1 8-5x-(x(x+2))\,dx$.

dove con il simbolo ? indico la coordinata x del punto in cui le due parabole si intersecano e intersecano l'asse x : ? $\begin{cases} y = 8-2x^2 \\ y = x^2+2x \end{cases} \Rightarrow x=-2 \quad x=\frac{4}{3}$. Quindi $? = -2$.

In conclusione

$$\text{area} = \int_{-2}^{0} 8-3x^2-2x\,dx + \int_0^1 8-7x-x^2\,dx = \Big[8x - x^3 - x^2\Big]_{-2}^{0} + \Big[8x - \tfrac{7}{2}x^2 - \tfrac{x^3}{3}\Big]_0^1$$

$$= 8(0-(-2)) - (0-(-2)^3) - (0-4) + 8(1-0) - \tfrac{7}{2}(1-0) - (\tfrac{1}{3}-0) = 12 + 8 - \tfrac{7}{2} - \tfrac{1}{3} = 12 + \frac{25}{6}$$

5) (7 punti) Calcolate $\int_{2}^{3,2} \frac{\sqrt{x}+\pi}{x^2} - \frac{1}{2(x^2+1)}\,dx.$

a) Calcolatene il valore esatto tramite il metodo delle primitive;
b) Calcolatene un valore approssimato tramite il metodo di Simpson con $n = 4$;

Primitiva
Valore esatto dell'integrale

Valore approssimato ottenuto

Svolgimento:

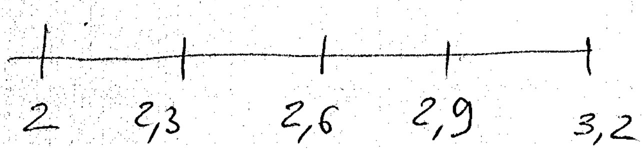
$$\int_2^{3,2} \frac{\sqrt{x}}{x^2} + \frac{\pi}{x^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+1}\,dx = \int_2^{3,2} x^{-\frac{3}{2}} + \pi x^{-2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+1}\,dx = \left[-\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{\pi}{x} - \frac{1}{2}\arctan(x)\right]_2^{3,2}$$

$$= \left(-\frac{2}{\sqrt{3,2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) - \pi\left(\frac{1}{3,2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(\arctan(3,2) - \arctan 2\right)$$

$$= 0,29618 + 0.58905 - 0,08381 = 0,80142$$

(Nota: se arctan(x) lo si calcola come gradi, facendo un errore, invece che come radianti si ottiene $-3,72028$)

$$\Delta x = \frac{3,2-2}{4} = 0,3$$



x	$f(x)$
2	1,039
2,3	0,8011
2,6	0,6388
2,9	0,5229
3,2	0,437

$$\text{integrale} \approx \frac{\Delta x}{3}\Big(f(2) + 4f(2,3) + 2f(2,6) + 4f(2,9) + f(3,2)\Big) = 0,80496$$

B

per spiegazioni più dettagliate sul metodo di risoluzione vedi il compito "A"

Nome e cognome:

Prova scritta di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
18 Febbraio 2016

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

1a) (1,5 punti) Scrivere l'equazione della retta tangente a $y = 10^x$ in $(0, 1)$.

soluzione

$$m = f'(0) = 10^x \cdot \ln 10 \Big|_{x=0} = 10^0 \ln 10 = \ln 10 \approx 2{,}30$$

retta: $y - 1 = (\ln 10) \cdot x$ o anche $y = 2{,}30x + 1$

1b) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\frac{cos(x)}{f(x)}$ in $x = 0$ sapendo che $f(0) = 2$ e che $f'(0) = -1$.

soluzione

$$\left(\frac{\cos x}{f(x)}\right)' = \frac{\cancel{-}\operatorname{sen} x\, f(x) - \cos x \cdot f'(x)}{(f(x))^2}$$. la derivata in $x = 0$ è

$$\frac{\operatorname{sen}(0) \cdot f(0) + \cos(0)\, f'(0)}{f(0)^2}$$ cioè $$\frac{0 \cdot f(0) - f'(0)}{f(0)^2}$$ cioè $$\frac{f'(0)}{f(0)^2}$$ cioè $+\frac{1}{4}$

1c) (1,5 punti) Se l'equazione $4\ (3)^{x-1} + 8 = 6$ ha soluzione scriverla in forma decimale approssimata.

soluzione

$4 \cdot 3^{x-1} = 6 - 8 \qquad 4 \cdot 3^{x-1} = -2 \qquad 3^{x-1} = -\frac{1}{2}$

Questa equazione non ha soluzione perché 3^{x-1} non è mai negativo

1d) (1,5 punti) Risolvere la disequazione $\frac{2}{x+5} - \frac{1}{x-1} < 0$.

soluzione

$$\frac{2(x-1) - (x+5)}{(x+5)(x-1)} < 0 \qquad \frac{x-7}{(x+5)(x-1)} < 0$$

	-5	1	7	
segno di $x-7$	−	−	−	+
" $x+5$	−	+	+	+
" $x-1$	−	−	+	+
" complessivo	−	+	−	+

Quindi la soluzione è $\{x < -5\} \cup \{1 < x < 7\}$

Compito 2

	X	Y	Z:=Log y	X^2	Y^2	Z^2	ZX
	-0,50	1	0,00	0,25	1	0,000	0,000
	0,50	1	0,00	0,25	1	0,000	0,000
	6,00	50	1,70	36	2500	2,886	10,194
media	2,00	17,33	0,57	12,17	834,00	0,96	3,40
varianza	8,17	533,556	0,64				

regressione lineare associata				
m=	media xz-media(x)media(z)		2,265	0,277
	varianza(x)		8,167	
q=	media(z)-m*media(x)		0,012	
regressione esponenziale				
a=	10^q		1,0269697	
p=	10^m		1,8940126	
Rq (calcolato da calc)=		0,9796		
CP=	media(xz)-media(x)media(z)		2,2653	0,9897
	devstand(x)devstand(z)		2,2888	
CP calcolato da calc=				0,9897
R^2=				0,9796

3) (7 punti) Sia $f(x) = \dfrac{x^2 + 7x}{2} + \ln\left(\dfrac{x^2}{2}\right)$.

Il dominio di f è $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

La funzione si annulla solo in $x = -6,03$ e in $x = 0,525$, è negativa tra quei due numeri e positiva al di fuori.

a) Scrivere la derivata prima di f e dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i punti in cui $f' = 0$;
b) Calcolare il valore di f nei punti in cui $f' = 0$;
c) Disegnare il grafico di f (senza tener conto della concavità);
d) Determinare i punti di minimo e massimo assoluti e i relativi valori per la funzione al variare di x nell'intervallo $[-5, -1]$.

derivata prima di f	
intervalli in cui f cresce	e in cui decresce
x in cui si annulla f' e valore di f in essi	
punto/i di massimo e valore massimo nell'intervallo indicato	
punto/i di minimo e valore minimo nell'intervallo indicato	

Svolgimento e grafico:

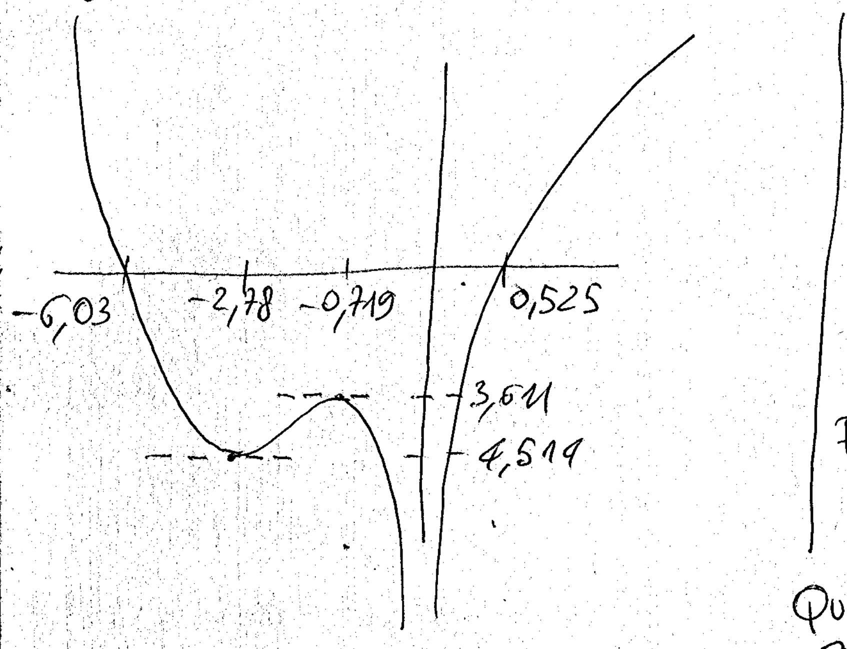
$f(x) = \dfrac{x^2+7x}{2} + \cancel{2}\ln(x^2) - \ln 2 \qquad f'(x) = \dfrac{2x+7}{2} + \dfrac{2}{x} = \dfrac{2x^2+7x+4}{2x}$

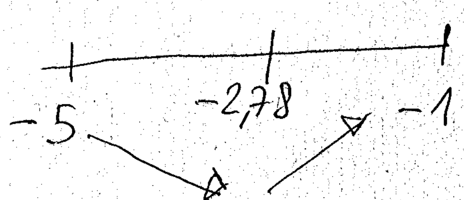
$f'(x) = 0 \quad 2x^2+7x+4=0 \quad x = \dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{4}$ < $x=-0,719$; $x=-2,78$

	$-2,78$		$-0,719$		0
segno di $2x^2+7x+4$	+	−	−	+	+
" " $2x$	−	−	−	−	+
" " f'	−	+	+	−	+
crescenza di f	↘	↗	↗	↘	↗

$f(-0,719) \approx -3,611$

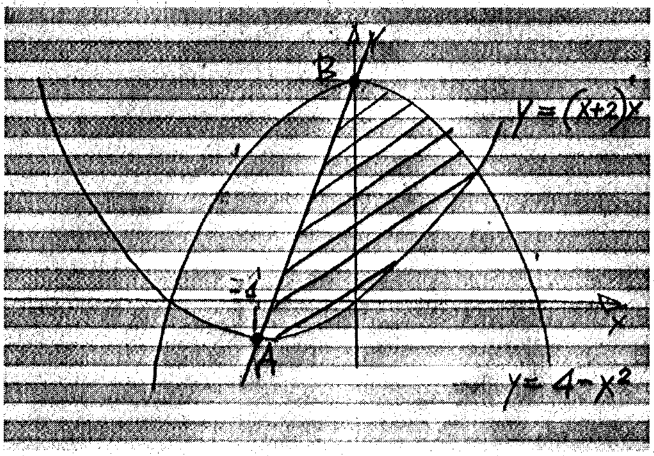
$f(-2,78) \approx -4,514$





Quindi $x=-2,78$ è il punto di min assoluto in $[-5,-1]$ e il valore minimo è $-4,519$
Per trovare il massimo confronto $f(-5)$ e $f(-1)$
$f(-5) = -2,4743 \quad f(-1) = -3,6931$
Quindi $x=-5$ è punto di max assoluto e $-2,4743$ è massimo assoluto.

4) (6 punti) Il disegno sotto vi dà sufficienti informazioni per calcolare le coordinate di A e B (Nota: la coordinata x di A è -1.). Vi dà inoltre le equazioni delle due parabole. Sulla base di queste informazioni calcolate l'area della regione tratteggiata in figura.



scrivete l'area tramite uno o più integrali:
valore dell'area:

Svolgimento:

$A: (-1, (-1+2)\cdot(-1))$ cioè $A=(-1,-1)$

$B=(0,4)$

retta per A e B: $y=5x+4$

coordinate x dei punti di intersezione tra le parabole $\left\langle \begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

allora area $= \int_{-1}^{0} (5x+4)-(x+2)x\,dx + \int_{0}^{1} (4-x^2)-(x+2)x\,dx$

$= \int_{-1}^{0} -x^2+3x+4\,dx + \int_{0}^{1} -2x^2-2x+4\,dx$

$= \left[-\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+4x\right]_{-1}^{0} + \left[-\frac{2}{3}x^3-x^2+4x\right]_{0}^{1}$

$= \left(0-\frac{(-1)^3}{3}\right) + \left(0-\frac{3}{2}(-1)^2\right) + 4(0-(-1)) + \left(-\frac{2}{3}+0\right) + (-1+0) + (4-0)$

$= \left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+4\right) + \left(-\frac{2}{3}+3\right) = \frac{17}{6}+\frac{7}{3} = \frac{17+14}{6} = \frac{31}{6}$

1 C

per spiegazioni più dettagliate sul metodo di risoluzione vedi il compito "A"

Nome e cognome:

Prova scritta di Matematica per cdl in Viticoltura ed Enologia
18 Febbraio 2016

Negli esercizi 2, 3, 4 e 5 vi é richiesto di indicare, oltre alle risposte, anche i passaggi principali svolti per arrivare a dare quelle risposte.

Domande brevi

1a) (1,5 punti) Scrivere l'equazione della retta tangente a $y = log_2 x$ in $(1, 0)$.

soluzione

$m = f'(1) = \frac{1}{x \ln 2}$ calcolato in $x = 1$ $= \frac{1}{\ln 2} \approx 1,4427$

Allora retta: $y = \frac{1}{\ln 2}(x-1)$

1b) (1,5 punti) Calcolare la derivata di $\frac{sin(x)}{f(x)}$ in $x = 0$ sapendo che $f(0) = 2$ e che $f'(0) = -1$.

soluzione

derivata in $x=0$ $= \frac{\cos x\, f(x) - \operatorname{sen} x\, f'(x)}{(f(x))^2}$ calcolato quando $x=0$

$= \frac{\overset{1}{\cos(0)} f(0) - \overset{0}{\operatorname{sen}(0)} f'(0)}{(f(0))^2} = \frac{f(0)}{(f(0))^2} = \frac{1}{f(0)} = \frac{1}{2}$

1c) (1,5 punti) Se l'equazione $3\,(4)^{x+1} + 6 = 8$ ha soluzione scriverla in forma decimale approssimata.

soluzione

$3\, 4^{x+1} = 8 - 6$ $\qquad 4^{x+1} = \frac{2}{3}$ $\qquad x+1 = \log_4\left(\frac{2}{3}\right)$

$x = -1 + \frac{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}{\ln 4} \approx -1,29248$

1d) (1,5 punti) Risolvere la disequazione $-\frac{3}{x} + \frac{1}{x-2} < 0$.

soluzione

$\frac{-3(x-2) + x}{x(x-2)} < 0 \qquad \frac{-2x+6}{x(x-2)} < 0$

		0		2		3	
segno di $-2x+6$	+		+		+		−
" " x	−		+		+		+
" " $x-2$	−		−		+		+
segno complessivo	+		−		+		−

soluzione $0 < x < 2$ e $x > 3$

Compito 3

	X	Y	Z:=Log y	X^2	Y^2	Z^2	ZX
	-1,00	1	0,00	1	1	0,000	0,000
	4,00	30	1,48	16	900	2,182	5,908
	6,00	128	2,11	36	16384	4,440	12,643
media	3,00	53,00	1,19	17,67	5761,67	2,21	6,18
varianza	8,67	2952,667	0,78				

regressione lineare associata				
m=	media xz-media(x)media(z)		2,600	0,300
	varianza(x)		8,667	
q=	media(z)-m*media(x)		0,295	
regressione esponenziale				
a=	10^q		1,9720648	
p=	10^m		1,9950417	
Rq (calcolato da calc)=		0,9998		
CP=	media(xz)-media(x)media(z)		2,5996	0,9999
	devstand(x)devstand(z)		2,5999	
CP calcolato da calc=				0,9999
R^2=				0,9998

3) (7 punti) Sia $f(x) = \dfrac{x^2+6x}{2} - \ln\left(\dfrac{x^2}{3}\right)$.

Il dominio di f è $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ e inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

La funzione si annulla solo in $x = -6,804$ e in $x = -0,692$, è negativa tra quei due numeri e positiva al di fuori.

a) Scrivere la derivata prima di f e dire dove f cresce, dove decresce e quali sono i punti in cui $f' = 0$;
b) Calcolare il valore di f nei punti in cui $f' = 0$;
c) Disegnare il grafico di f (senza tener conto della concavità);
d) Determinare i punti di minimo e massimo assoluti e i relativi valori per la funzione al variare di x nell'intervallo $[-6, -1]$.

derivata prima di f	
intervalli in cui f cresce	e in cui decresce
x in cui si annulla f' e valore di f in essi	
punto/i di massimo e valore massimo nell'intervallo indicato	
punto/i di minimo e valore minimo nell'intervallo indicato	

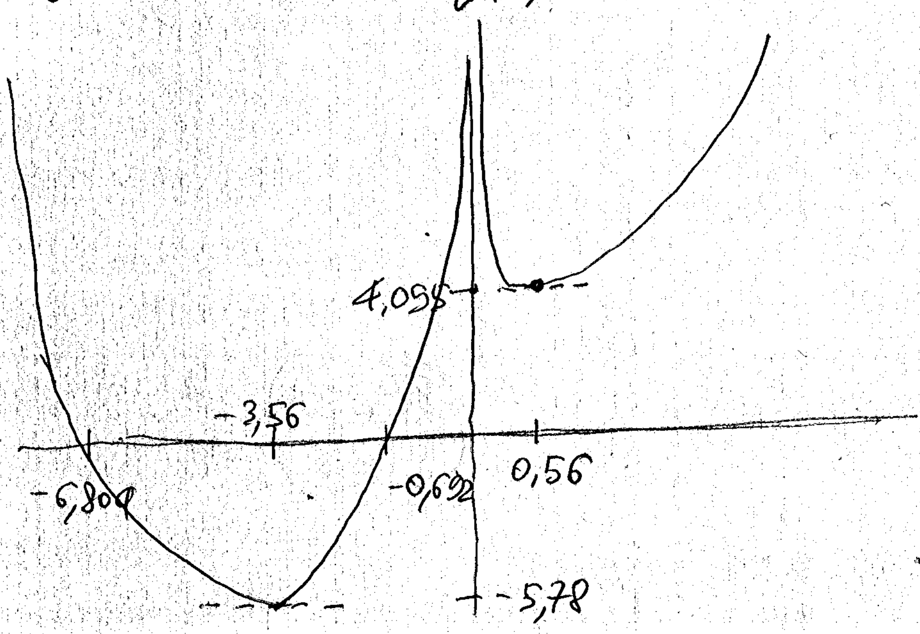
Svolgimento e grafico:

$f'(x) = x + 3 - \dfrac{2}{x} = \dfrac{x^2+3x-2}{x}$ $\quad f'(x)=0 \quad x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$ $\begin{cases} 0,56155 \\ -3,56155 \end{cases}$

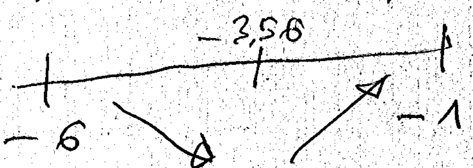
$f\left(\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\right) = 4,095 \quad f\left(\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}\right) = -5,7841$

$-3,56155 \quad 0 \quad 0,56155$

segno di x^2+3x-2	+	−	−	+
" di x	−	−	+	+
" " f'	−	+	−	+
crescenza di f	↘	↗	↘	↗

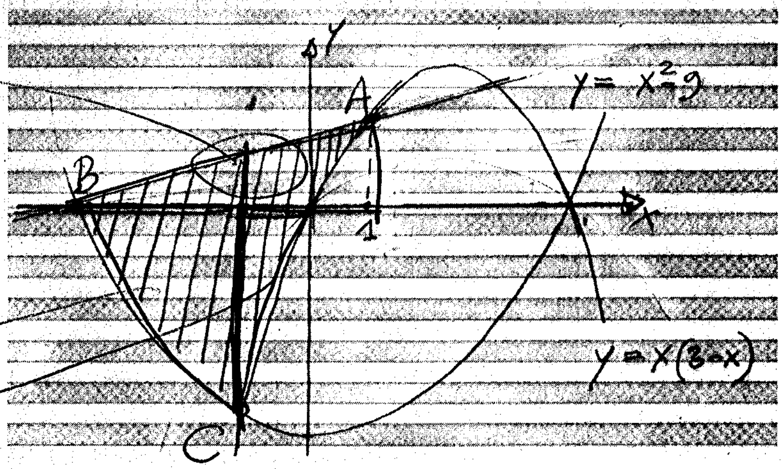


La crescenza in $[-6,-1]$ è



Quindi $x = -3,56$ è punto di min assoluto, con valore minimo
Poiché $f(-6) = -2,1849$
e $f(-1) = -1,4019$
il max assoluto è in $x = -1$

4) (6 punti) Il disegno sotto vi dà sufficienti informazioni per calcolare le coordinate di A e B. Vi dà inoltre le equazioni delle due parabole. Sulla base di queste informazioni calcolate l'area della regione tratteggiata in figura.



scrivete l'area tramite uno o più integrali:
valore dell'area:

Svolgimento:

$A = (1, 1(3-1))$ cioè $A = (1,2)$ $\quad$ $B =$ intersezione tra $y = x^2 - 9$ e asse x, cioè $B = (-3,0)$. Eq retta $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Mi serve anche la coordinata x di C. $\begin{cases} y = x^2 - 9 \\ y = x(3-x) \end{cases}$ $\quad x = 3, \ -\frac{3}{2}$

$x_C = -\frac{3}{2}$.

Allora $\text{area} = \int_{-3}^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) - (x^2 - 9)\,dx + \int_{-\frac{3}{2}}^{1} \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - (3x - x^2)\,dx$

$$= \int_{-3}^{-\frac{3}{2}} -x^2 + \frac{x}{2} + \frac{21}{2}\,dx + \int_{-\frac{3}{2}}^{1} \left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right)dx =$$

$$-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + \frac{21}{2}x \Big]_{-3}^{-\frac{3}{2}} + \frac{x^3}{3} - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{2}x \Big]_{-\frac{3}{2}}^{1} = -\frac{1}{3}\left(-\frac{27}{8} + 27\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{9}{4} - 9\right)$$

$$+ \frac{21}{2}\left(-\frac{3}{2} + 3\right) + \frac{1}{3}\left(1 + \frac{27}{8}\right) - \frac{5}{4}\left(1 - \frac{9}{4}\right) + \frac{3}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\right)$$

5) (7 punti) Calcolate $\int_{0,5}^{2,5} \frac{\sqrt{x}+\sqrt{3}}{x} + \frac{2^x}{2}\, dx$.

a) Calcolatene il valore esatto tramite il metodo delle primitive;
b) Calcolatene un valore approssimato tramite il metodo di Simpson con $n = 4$;

Primitiva
Valore esatto dell'integrale

Valore approssimato ottenuto

Svolgimento:

$$\int_{0,5}^{2,5} \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\sqrt{3}}{x} + \frac{1}{2} 2^x \, dx = \int_{0,5}^{2,5} \left(x^{-\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + \frac{1}{2} 2^x \right) dx =$$

$$= 2\sqrt{x} + \sqrt{3} \ln x + \frac{2^x}{2 \ln 2} \Big]_{\frac{1}{2}}^{5/2} = 1,74806 + 2,78762 + 3,06041$$

$$= 7,59609$$

$$\Delta x = \frac{2,5 - 0,5}{4} = 0,5$$

0,5 1 1,5 2 2,5

x	$f(x)$
0,5	5,58
1	3,73
1,5	3,38
2	3,57
2,5	4,15

$$\text{integrale} \approx \frac{0,5}{3} \cdot \left(f(0,5) + 4 f(1) + 2 f(1,5) + 4 f(2) + f(2,5) \right) = 7,62177$$