

ATTIVITA' 3

OBIETTIVI

Si lavora sul limite della funzione $\sin(x)$ per x che va all'infinito, caso di limite non esistente che spesso crea difficoltà.

INDICAZIONI

Si richiede di svolgere la seguente attività sfruttando la definizione rigorosa di limite in termini di strisce:

“Si dice che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ (con x_0 e L finiti o infiniti) se **per ogni** striscia orizzontale, centrata in L , esiste una striscia verticale, centrata in x_0 , **dipendente dalla striscia orizzontale**, tale che, **per ogni** x appartenente alla striscia verticale, il corrispondente $f(x)$ appartiene alla striscia orizzontale”.

E' possibile, muovendo con il mouse i cursori corrispondenti, spostare i punti x_0 e L , modificare le ampiezze dei loro intorni (rappresentati rispettivamente dalla striscia verde verticale e dalla striscia orizzontale) e spostare il generico punto x (e di conseguenza il suo $f(x)$).

NOTA: E' IMPORTANTE RISPONDERE ALLE DOMANDE NELL'ORDINE IN CUI SONO DATE

Si fa riferimento anche alla definizione di limite in termini di disequazioni nel caso in cui x_0 è infinito e L è finito:

Diciamo che una funzione $f(x)$ tende al limite $L \in \mathbb{R}$ per x che tende a $+\infty$ e scriviamo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

quando si verifica che:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon > 0 : x > N_\varepsilon \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

ATTIVITA'

Apri il file "attivita_3".

Ti trovi davanti la funzione $f(x) = \sin(x)$. Guardando il grafico, prova a pensare qual è il limite di $f(x)$ per x che tende a $+\infty$.

Vogliamo verificare se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x) = 0$. Poni quindi $L = 0$.

1. Poni inizialmente $\varepsilon = 1.2$ e $N = 6$. Quando $x > N$ cosa puoi dire di $|f(x) - L|$? Sposta il punto x per aiutarti, usando lo slider blu X.
2. Prova a prendere un $\varepsilon < 1$. Che cosa puoi dire adesso di $|f(x) - L|$? Cambia qualcosa se scegli N più grande? Perché?
3. E' vero dunque che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x) = 0$? Se sì, perché? Se no, qual è allora il valore del limite?