ATTIVITA' 2

OBIETTIVI

Si evidenzia l'importanza dell'ordine nella scelta degli intorni: si vuole mostrare che, fissando prima δ e scegliendo in dipendenza da esso un valore di ε, si ottengono risultati assurdi. Si fa riflettere anche sull'importanza della scelta arbitraria dell'intorno di L.

INDICAZIONI

Si richiede di svolgere la seguente attività sfruttando la definizione rigorosa di limite in termini di strisce:

"Si dice che $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ (con x_0 e L finiti o infiniti) se **per ogni** striscia orizzontale, centrata in L, esiste una striscia verticale, centrata in x_0, **dipendente dalla striscia orizzontale**, tale che, **per ogni** x appartenente alla striscia verticale, il corrispondente $f(x)$ appartiene alla striscia orizzontale".

E' possibile, muovendo con il mouse i cursori corrispondenti, spostare i punti x_0 e L, modificare le ampiezze dei loro intorni (rappresentati rispettivamente dalla striscia verde verticale e dalla striscia orizzontale) e spostare il generico punto x (e di conseguenza il suo $f(x)$).

NOTA: E' IMPORTANTE RISPONDERE ALLE DOMANDE NELL'ORDINE IN CUI SONO DATE

ATTIVITA'

Apri il file "attivita_2". Ti trovi davanti la funzione $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & se\ x \geq 2 \\ x - 1 & se\ x < 2 \end{cases}$

Osservando il grafico, prova a pensare quanto vale $\lim_{x \to 2} f(x)$

1. Luca deve determinare $\lim_{x \to 2} f(x)$. Ripercorri tutti i passaggi che esegue.

Luca osserva che $f(2)=\frac{5}{2}=2.5$ e quindi ipotizza che $\lim_{x\to 2} f(x)=2.5$.

Decide di controllare se la sua ipotesi è corretta. Esegue quindi la seguente verifica: pone L = 2.5, x_0 = 2 e fissa δ = 0.6. Osserva che scegliendo ε = 2.1 la definizione di limite è soddisfatta: qualunque x nella striscia verticale ha il corrispondente *f(x)* nella striscia orizzontale.

Sapendo che non basta controllare un solo intorno, Luca considera δ = 0.4. Trova che scegliendo ε = 1.9 la definizione è soddisfatta. Se δ = 0.2, ε = 1.7 soddisfa la definizione. E così via, scegliendo δ sempre più piccoli.

Luca è quindi soddisfatto perché la sua ipotesi era corretta: il limite di *f(x)* per *x* che tende a 2 è effettivamente 2.5.

1.a. Sei d'accordo con l'ipotesi di partenza di Luca? Perché?

1.b. Sei d'accordo con la sua verifica? Perché?

2. Poni adesso L = 2.5, x_0 = 2 e fissa ε = 2. Trova approssimativamente il più grande valore di δ per cui la verifica di limite è soddisfatta (cioè tutte le *x* appartenenti alla striscia verticale hanno le rispettive *f(x)* nella striscia orizzontale).

   Spiega perché questo non implica necessariamente che $\lim_{x\to 2} f(x)=2.5$

3. Mantenendo L = 2.5 e x_0 = 2, trova un valore di ε per cui nessun valore di δ soddisfa la definizione (cioè ci sono alcune *x* nella striscia verticale le cui *f(x)* <u>non</u> stanno nella striscia orizzontale).

   Spiega quindi perché 2.5 non è il limite di *f(x)* per *x* che tende a 2.

4. Qual è dunque il limite di *f(x)* per *x* che tende a 2? Motiva la tua risposta.