CORSO DI MATEMATICA E LABORATORIO
ESERCIZI ASSEGNATI NELL'A.A. 2017/18

GABRIELE BIANCHI

Gli esercizi che seguono sono quelli che assegnerò durante il corso 2017/18. Tutti gli esercizi presenti in un compito scritto sono simili a quelli elencati sotto (eccetto per le "domande brevi").

Tutti i numeri si riferiscono agli esercizi sul libro di testo, cioè su: Marco Abate, *Matematica e Statistica,* Edizioni McGraw Hill. *Quest'anno c'è una complicazione legata al fatto che alcuni studenti usano la seconda edizione del libro e altri usano la terza. Per questo gli esercizi sono indicati con due serie di numeri: la serie fra parentesi quadre si riferisce agli esercizi nella terza edizione, quella senza parentesi quadre agli esercizi nella seconda edizione*

0.1. **Capitolo 3.**

- Funzioni: esercizi 3.8, 3.11, 3.14. [2.14, 2.16, 2.9]
- Equazioni e disequazioni: 3.24, 3.25 a) e c). [2.24, 2.25 a) e c)]
- Media etc.: problema 3.4, esercizi 3.52, 3.53. [problema 11.1, esercizi 11.5, 11.6]
- Varianza: 3.58, 3.62. [11.11, 11.15]

0.2. **Capitolo 4.**

- Funzioni lineari: esercizi 4.3 a), b), e), f), h), i), m), 4.8, 4,11, 4.12, 4.15, 4.16. [5.3 a), b), e), f), h), i), m), 5.8, 5,11, 5.12, 5.15, 5.16]
- Funzioni quadratiche: problema 4.2, esercizi 4.22 a), b), c), g), 4.33 a), b) c), 4.40, 4.41, 4.42, 4.47, 4.48. [problema 5.2, esercizi 5.22 a), b), c), g), 5.33 a), b) c), 5.40, 5.41, 5.42, 5.47, 5.48]
- Metodo dei minimi quadrati: problema 4.3, esercizi 4.54 a), e), 4.57, 4.58, 4.59, 4.60, 4.61. [problema 11.2, esercizi 11.16 a), e), 11.19, 11.20, 11.21, 11.22, 11.23]

0.3. **Capitolo 5.**

- Funzioni esponenziali: problema 5.1, esercizi 5.1, 5.4, 5.5, 5.8, 5.9. [problema 6.1, esercizi 6.1, 6.4, 6.5, 6.8, 6.9.]
- Funzioni logaritmiche: esercizi 5.20, 5.22, 5.25, 5.26. [esercizi 6.20, 6.22, 6.25, 6.26]
- Tecniche di interpolazione per funzioni esponenziali: problema 5.4, esercizi 5.29, 5.30, 5.33 a) e c). [problema 6.4, esercizi 6.29, 6.30, 6.33 a) e c).]

Versione del 28 Novembre 2017.

0.4. **Capitolo 7: prima parte.**

- Somme di Riemann
  (1) Per $f(x) = \ln x - 1$, $1 \leq x \leq 4$, valutare la somma di Riemann con $n = 6$ e punti base (cioè i punti che a lezione abbiamo indicato con i simboli z_i) gli estremi sinistri.
  (2) Per $f(x) = \sqrt{x} - 2$, $1 \leq x \leq 6$, valutare la somma di Riemann con $n = 5$ e punti base i punti medi.
  (3) La tabella riporta i valori di una funzione ottenuta sperimentalmente. Usare la tabella per stimare $\int_0^6 f(x)dx$ con tre sotto intervalli e (a) estremi destri, (b) punti medi, (c) estremi sinistri. Sapendo che la funzione è decrescente è possibile dire se i valori ottenuti sono maggiori o minori del valore esatto dell'integrale?

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	9.5	6.9	5.2	4	-0.7	-1.5	-2.1

- Calcolo approssimato di integrali
  (1) Usare (a) la regola del trapezio, (b) la regola del punto medio, (c) la regola di Simpson per approssimare l'integrale con il valore assegnato di n. (Arrotondare la risposta alla sesta cifra decimale)

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin x \; dx, \quad n = 4$$
$$\int_0^1 e^{-x^2} \; dx, \quad n = 5$$
$$\int_1^2 \frac{1}{1+y} dx, \quad n = 6$$

  (2) (a) Calcolare le approssimazioni T_{10} (trapezio con $n = 10$) e Sim_{10} (Simpson con $n = 10$) per $\int_0^1 e^x \; dx$ e gli errori $Errore_T$ e $Errore_{Sim}$ relativi.
  (b) Confrontarli con gli errori teorici stimati dai teoremi sugli errori.
  (c) Usare questi teoremi per dire per quale valore di n le stime T_n e Sim_n danno un errore inferiore a 0.000001.
  (3) Scegliere n in modo che il calcolo di $\int_{-1}^1 x^4 - x^2 dx$ tramite il metodo dei punti medi abbia una accuratezza di $0,001$. Ripetere per il metodo di Simpson.

0.5. **Capitolo 6.**

- Derivate: 6.3 a), d) tutti gli esercizi da 6.6 a 6.9, tutti da 6.11 a 6.22. [7.3 a), d) tutti gli esercizi da 7.6 a 7.10, tutti da 7.11 a 7.22.]
- Rette tangenti:

(1) Trovare l'equazione della retta tangente a ciascuna curva indicata sotto nel punto specificato:

$$\begin{aligned}
&y = x + \frac{4}{x}, && (2,4);\\
&y = 2xe^x, && (0,0);\\
&y = x^2 e^{-x}, && (1,1/e);\\
&y = \sin(\sin x), && (\pi,0);\\
&y = \frac{2}{1+e^{-x}}, && (0,1);\\
&y = \frac{|x|}{\sqrt{2-x^2}}, && (1,1)
\end{aligned}$$

(2) Trovare i punti della curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ con tangente orizzontale.
(3) Il grafico di $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 87$ ha tangente orizzontale?
(4) Verificare che la curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ non ammette tangenti con pendenza 4.
(5) In quale punto la curva $y = 1 + 2e^x - 3x$ ammette tangente parallela alla retta $3x - y = 5$?
(6) Trovare le equazioni delle rette tangenti alla curva $y = (x-1)/(x+1)$ che sono parallele alla retta $x - 2y = 2$.

- Crescenza, massimi e minimi: problema 6.2, esercizi 6.27, 6.28, 6.30, 6.32, 6.33, 6.34, 6.35, 6.36, 6.38, 6.40, 6.41. [problema 7.2, esercizi 7.27, 7.28, 7.30, 7.32, 7.33, 7.34, 7.35, 7.36, 7.38, 7.40, 7.41.]

(1) Determinare il valore di massimo e di minimo assoluti di f nell'intervallo dato:

$$\begin{aligned}
&f(x) = 3x^2 - 12x + 5, && [0,3];\\
&f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, && [-2,3];\\
&f(x) = \sqrt{9-x^2}, && [-1,2];\\
&f(x) = x^2 + 2/x, && [0.5,2];\\
&f(x) = \frac{x}{x^2+4}, && [0,3];\\
&f(x) = xe^{-x}, && [0,2];\\
&f(x) = (\ln x)/x, && [1,3].
\end{aligned}$$

- Studio qualitativo delle funzioni:
  - Esercizi 6.43 a) [7.43 a)] (dominio=$\mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} = 0$),
  - 6.43 c) [7.43 c)](dominio= $\{x \geq 0\}$, $\lim_{x\to\infty} = +\infty$, $\lim_{x\to 0} = 0$),
  - 6.43 g) [7.43 g)](dominio= $\{x \neq \pm 1\}$, $\lim_{x\to\infty} = \lim_{x\to-\infty} = 1$, $\lim_{x\to 1^+} = \lim_{x\to -1^-} = +\infty$, $\lim_{x\to 1^-} = \lim_{x\to -1^+} = -\infty$),
  - $y = x^3 - 3x^2 + x$ (dominio= $\mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} = -\infty$),
  - 6.43 j) [7.43 j)](dominio= $\mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = \lim_{x\to-\infty} = 0$).
  - Esercizio 6.47 [7.47] (dominio= $\mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = 150$, $\lim_{x\to-\infty} = 50$),
  - Esercizio 6.48 [7.48] (dominio= $\mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = \lim_{x\to-\infty} = 100$)

$\dfrac{(2x-1)^2}{x^3}$	dominio $= \{x \neq 0\}$, $\lim_{x\to\pm\infty} = 0$, $\lim_{x\to 0^-} = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+} = +\infty$;
$\dfrac{x+5}{\sqrt{x^2+1}}$	dominio $= \mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = 1$, $\lim_{x\to-\infty} = -1$;
$\left(\dfrac{1}{x}+1\right)e^{3x}$	dominio $= \{x \neq 0\}$, $\lim_{x\to\infty} = \infty$, $\lim_{x\to-\infty} = 0$, $\lim_{x\to 0^-} = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+} = \infty$;
$\dfrac{x-2}{e^x}$	dominio $= \mathbb{R}$, $\lim_{x\to\infty} = 0$, $\lim_{x\to-\infty} = -\infty$;
$\dfrac{x^2}{2} - 4x + 3\ln x + \dfrac{7}{2}$	dominio $= \{x > 0\}$, $\lim_{x\to\infty} = \infty$, $\lim_{x\to 0^+} = -\infty$;
$\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$	dominio $= (-\infty,-1)\cup(0,\infty)$, $\lim_{x\to\pm\infty} = 0$, $\lim_{x\to -1^-} = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+} = \infty$;
$\ln(1+x^2)$	dominio $= \mathbb{R}$, $\lim_{x\to\pm\infty} = \infty$;

0.6. **Capitolo 7: seconda parte.**

- Calcolo di integrali usando le primitive: esercizi 7.5, 7.6, 7.9 a) e b), 7.11, 7.12, 7.13 a), b), d), e), 7.14 [8.5, 8.6, 8.9 a) e b), 8.11, 8.12, 8.13 a), b), d), e), 8.14]

$$\int_1^2 \frac{3}{t^4}dt, \qquad \int_1^2 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}dx,$$
$$\int_0^2 (x^3-1)^3 dx, \qquad \int_0^1 u\left(\sqrt{u}+\sqrt[5]{u}\right)du,$$
$$\int_8^9 2^x + \sqrt{2}\;dx, \qquad \int_0^{\sqrt{3}} \frac{5}{1+x^2}dx,$$
$$\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}dx, \qquad \int_{\ln 3}^{\ln 6} 8e^x dx$$

- Calcolo di aree, volumi e lunghezze
  (1) Disegnare la regione compresa tra le curve date e calcolatene l'area. (per fare un disegno dell'area vi può essere utile un programma che disegna grafici, ad esempio il programma libero GRAPH, scaricabile da http://www.padowan.dk/graph/)
    (a) Area tra le curve $y=1$ e $y=2/(x^2+1)$,
    (b) Area tra asse x e curva $y=x^3-x$,
    (c) Area tra parabole $y=x^2-2x$ e $y=4-x^2$,
    (d) Area compresa tra l'asse x, la retta $y=x/2$ e la curva $y=\frac{3}{x}-1$.
    (e) $y=x+1$, $y=9-x^2$, $x=-1$, $x=2$
    (f) $y=\sin x$, $y=e^x$, $x=0$, $x=\pi/2$
    (g) $y=x$, $y=x^2$
    (h) $y=1+\sqrt{x}$, $y=(3+x)/3$
    (i) $y=|x|$, $y=x^2-2$
  (2) Trovate il volume del solido che si ottiene ruotando intorno all'asse x la regione delimitata dalle curve seguenti:
    (a) $y=1/x$, $x=1$, $x=2$, $y=0$

  (b) $y = x$, $x = 2$, $x = 3$, $y = 0$
  (c) $y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$, $y = 4$, $x = 0$

(3) Impostare senza calcolare l'integrale che rappresenta la lunghezza della curva
  (a) $y = 2^x$, $0 \leq x \leq 1$
  (b) $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$

(4) Usare il metodo di Simpson con $n = 10$ per stimare la lunghezza della curva
  (a) $y = \tan x$, $0 \leq x \leq \pi/4$
  (b) $y = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 2$

Dipartimento di Matematica, Viale Morgagni 67/A, Firenze
E-mail address: gabriele.bianchi@unifi.it